27-10

MÉMOIRES

SUR L'ÉLECTRICITÉ

ET LE MAGNÉTISME,

EXTRAITS des Mémoires de l'Académie Royale des
Sciences de Paris, publiés dans les années 1785 à
1789, *avec planches et tableaux.*

PAR COULOMB,
Officier du Génie, Membre de l'Institut de France.

P A R I S,

Chez BACHELIER, Libraire, quai des Augustins, n° 55.

A V I S.

Tous les Mémoires épars dans la Collection des Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, depuis l'origine en 1666 jusqu'en 1790, se vendent séparément; de même que ceux publiés dans le Recueil des Savans étrangers, en 11 volumes, et dans le Recueil des Prix, en 9 vol.

*Autres Mémoires de M. COULOMB, publiés dans le
Recueil de l'Académie.*

Essai sur une application des règles de *maximis* et *minimis* à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture, avec pl., 3 fr. et 3 f. 50 cent. franc de port.

Observations théoriques et expérimentales sur l'effet des moulins à vent, et sur la figure de leurs ailes. 1 fr. 50 c.

Théorie des machines simples, en ayant égard au frottement de leurs parties et à la roideur des cordages. 7 fr. 50 c., et 9 fr. franc de port.

Recherches théoriques et expérimentales sur la force de torsion, et sur l'élasticité des fils de métal, avec pl., 3 fr. 50 c. et 4 fr. franc de port.

Description d'une boussole, avec planch., 3 fr. et 3 fr. 50 c. fr. de port.

Mémoire sur les frottemens de la pointe des pivots, avec pl., 2 fr. et 2 fr. 50 c. fr. de port.

Recherches sur la meilleure manière de fabriquer les aiguilles aimantées, de les suspendre, et de s'assurer qu'elles sont dans le véritable méridien magnétique; enfin, de rendre raison de leurs variations diurnes régulières, avec planch. 7 fr. 50 c. et 9 fr. franc de port.

PREMIER MÉMOIRE
SUR
L'ÉLECTRICITÉ ET LE MAGNÉTISME.

Par M. COULOMB.

*Construction & usage d'une Balance électrique ,
fondée sur la propriété qu'ont les Fils de métal ,
d'avoir une force de réaction de Torsion propor-
tionnelle à l'angle de Torsion.*

*Détermination expérimentale de la loi suivant laquelle les
éléments des Corps électrisés du même genre d'Électricité ,
se repoussent mutuellement.*

DANS un Mémoire donné à l'Académie , en 1784 ,
j'ai déterminé , d'après l'expérience , les loix de la
force de torsion d'un fil de métal , & j'ai trouvé que cette
force étoit , en raison composée de l'angle de torsion , de
la quatrième puissance du diamètre du fil de suspension
& de l'inverse de sa longueur , en multipliant le tout par
un coefficient constant qui dépend de la nature du métal ,
& qui est facile à déterminer par l'expérience.

J'ai fait voir dans le même Mémoire , qu'au moyen de
cette force de torsion , il étoit possible de mesurer avec
précision des forces très-peu considérables , comme , par
exemple , un dix millième de grain. J'ai donné dans le même
Mémoire une première application de cette théorie , en
cherchant à évaluer la force constante attribuée à l'adhé-
rence dans la formule qui exprime le frottement de la
surface d'un corps solide en mouvement dans un fluide.

Je mets aujourd'hui sous les yeux de l'Académie , une
balance électrique construite d'après les mêmes principes ;

Mém. 1785.

Cccc

elle mesure avec la plus grande exactitude l'état & la force électrique d'un corps, quelque foible que soit le degré d'électricité.

Construction de la Balance.

Quoique la pratique m'ait appris que, pour exécuter d'une manière commode plusieurs expériences électriques, il faut corriger quelques défauts dans la première balance de ce genre que j'ai fait faire; cependant, comme c'est jusqu'ici la seule dont je me sois servi, j'en vais donner la description, en avertissant que la forme & la grandeur peuvent & doivent être variées suivant la nature des expériences que l'on a dessein de faire. La figure première représente en perspective cette balance, dont voici le détail.

Sur un cylindre de verre *ABCD*, de 12 pouces de diamètre & de 12 pouces de hauteur, l'on place un plateau de verre de 13 pouces de diamètre, qui recouvre en entier le vaisseau de verre; ce plateau est percé de deux trous de 20 lignes à peu-près de diamètre, l'un au milieu, en *f*, sur lequel s'élève un tuyau de verre de 24 pouces de hauteur; ce tuyau est cimenté sur le trou *f*, avec le ciment en usage dans les appareils électriques: à l'extrémité supérieure du tuyau en *h*, est placé un micromètre de torsion que l'on voit en détail à la figure 2. La partie supérieure, n.^o 1, porte le bouton *b*, l'index *io*, & la pince de suspension *q*; cette pièce entre dans le trou *G* de la pièce n.^o 2; cette pièce, n.^o 2 est formée d'un cercle *ab* divisé sur son champ en 360 degrés, & d'un tuyau de cuivre Φ qui entre dans le tuyau *H*, n.^o 3, soudé à l'intérieur de l'extrémité supérieure du tuyau ou de la tige *fh* de verre de la figure 1.^{re}. La pince *q*, figure 2, n.^o 1, a à peu-près la forme de l'extrémité d'un porte-crayon solide, qui peut se serrer au moyen de l'anneau *q*; c'est dans la pince de ce porte-crayon, qu'est saisie l'extrémité d'un fil d'argent très-fin; l'autre extrémité du fil d'argent est saisie (fig. 3), en *P*, par la pince d'un cylindre *Po* de cuivre ou de fer,

dont le diamètre n'a guère qu'une ligne, & dont l'extrémité P est fendue, & forme une pince qui se serre par le moyen du coulant Φ . Ce petit cylindre est renflé & percé en C , pour y faire glisser (*fig. 1*) l'aiguille ag : il faut que le poids de ce petit cylindre soit assez considérable pour tendre le fil d'argent sans le rompre. L'aiguille que l'on voit (*fig. 1*) en ag , suspendue horizontalement à la moitié à peu-près de la hauteur du grand vase qui la renferme, est formée, ou d'un fil de soie enduit de cire d'Espagne, ou d'une paille également enduite de cire d'Espagne, & terminée depuis q jusqu'en a , sur 18 lignes de longueur, par un fil cylindrique de gomme-laque: à l'extrémité a de cette aiguille, est une petite balle de sureau de deux à trois lignes de diamètre; en g , est un petit plan vertical de papier passé à la térébenthine, qui sert de contre-poids à la balle a , & qui ralentit les oscillations.

Nous avons dit que le couvercle AC étoit percé d'un second trou en m ; c'est dans ce second trou que l'on introduit un petit cylindre $m\Phi t$, dont la partie inférieure Φt est de gomme-laque; en t , est une balle également de sureau; autour du vase, à la hauteur de l'aiguille, l'on décrit un cercle zQ divisé en 360 degrés: pour plus de simplicité, je me sers d'une bande de papier divisée en 360 degrés, que je colle autour du vase, à la hauteur de l'aiguille.

Pour commencer à opérer avec cet instrument, je fais à peu-près, en plaçant le couvercle, répondre le trou m à la première division, ou au point o du cercle $z o q$ tracé sur le vase. Je place l'index oi du micromètre sur le point o ou la première division de ce micromètre; je fais ensuite tourner tout le micromètre dans le tube vertical fh , jusqu'à ce qu'en regardant par le fil vertical qui suspend l'aiguille, & le centre de la balle, l'aiguille ag se trouve répondre à la première division du cercle $z o q$. J'introduis ensuite par le trou m l'autre balle t suspendue au fil $m\Phi t$, de manière qu'elle touche la balle a , & qu'en regardant par le centre

du fil de suspension & la balle t , l'on rencontre la première division o du cercle $z o q$. La balance est actuellement en état de se prêter à toutes les opérations; nous allons en donner pour exemple, le moyen dont nous nous sommes servi pour déterminer la loi fondamentale suivant laquelle les corps électrisés se repoussent.

Loi fondamentale de l'Électricité.

La force répulsive de deux petits globes électrisés de la même nature d'électricité, est en raison inverse du carré de la distance du centre des deux globes.

E X P É R I E N C E.

L'on électrise, *fig. 4.* un petit conducteur, qui n'est autre chose, qu'une épingle à grosse tête, qui se trouve isolée en enfonçant sa pointe dans l'extrémité d'un bâton de cire d'Espagne; l'on introduit cette épingle dans le trou m , & on lui fait toucher la balle t , en contact avec la balle a : en retirant l'épingle, les deux balles se trouvent électrisées de la même nature d'électricité, & elles se chassent mutuellement, à une distance que l'on mesure, en regardant par le fil de suspension & le centre de la balle a , la division correspondante du cercle $z o q$: tournant ensuite l'index du micromètre dans le sens, *p n o*, l'on tord le fil de suspension $l p$, & l'on produit une force proportionnelle à l'angle de torsion, qui tend à rapprocher la balle a de la balle t . L'on observe, par ce moyen, la distance à laquelle différens angles de torsion ramènent la balle a vers la balle t , & en comparant les forces de torsions avec les distances correspondantes des deux balles, l'on détermine la loi de répulsion.

Je présenterai seulement ici, quelques essais qui sont faciles à répéter, & qui mettront tout de suite sous les yeux, la loi de la répulsion.

Premier Essai. Ayant électrisé les deux balles avec la

tête d'épingle, l'index du micromètre répondant à 0, la balle *a* de l'aiguille s'est éloignée de la balle *t* de 36 degrés.

Deuxième Essai. Ayant tordu le fil de suspension, au moyen du bouton *o* du micromètre de 126 degrés, les deux balles se sont rapprochées & arrêtées à 18 degrés de distance l'une de l'autre.

Troisième Essai. Ayant tordu le fil de suspension de 567 degrés, les deux balles se sont rapprochées à 8 degrés & demi.

Explication & résultat de cette expérience.

Lorsque les balles ne sont pas encore électrisées, elles se touchent, & le centre de la balle *a*, suspendue à l'aiguille, n'est éloigné du point où la torsion du fil de suspension est nulle, que de la moitié des diamètres de deux balles. Il faut être averti que le fil d'argent *lp*, qui formoit la suspension, avoit 28 pouces de longueur, & ce fil étoit si fin, que le pied de longueur de ce fil ne pesoit que $\frac{1}{16}$ de grains. En calculant la force qu'il falloit pour tordre ce fil, en agissant au point *a*, éloigné de quatre pouces du fil *lp* ou du centre de suspension, j'ai trouvé, par les formules expliquées dans un Mémoire sur les loix de la force de torsion des fils de métal, imprimé dans le volume de l'Académie pour 1784. que pour tordre ce fil de 360 degrés, il ne falloit employer au point *a*, en agissant avec le levier *an*, de quatre pouces de longueur, qu'une force de $\frac{1}{340}$ de grains: ainsi comme les forces de torsion sont, comme il est prouvé dans ce Mémoire, comme les angles de torsion, la moindre force répulsive entre les deux balles, les éloignoit sensiblement l'une de l'autre.

Nous trouvons dans notre première expérience, où l'index du micromètre est sur le point *o*, que les balles sont éloignées de 36 degrés, ce qui produit en même temps une force de torsion de $36^d = \frac{1}{3400}$ de grain; dans le

second essai, la distance des balles est de 18 degrés, mais comme l'on a tordu le micromètre de 126 degrés, il en résulte qu'à une distance de 18 degrés, la force répulsive étoit 144 degrés: ainsi à la moitié de la première distance, la répulsion des balles est quadruple.

Dans le troisième essai, l'on a tordu le fil de suspension de 567 degrés, & les deux balles ne se trouvent plus éloignées que de 8 degrés & demi. La torsion totale, étoit par conséquent, 576 degrés, quadruple de celle du deuxième essai, & il ne s'en falloit que d'un demi-degré que la distance des deux balles dans ce troisième essai, ne fut réduite à la moitié de celle où elle étoit au deuxième. Il résulte donc de ces trois essais, que l'action répulsive que les deux balles électrisées de la même nature d'électricité exercent l'une sur l'autre, suit la raison inverse du carré des distances.

Première Remarque.

En répétant l'expérience qui précède, l'on observera, qu'en se servant d'un fil d'argent, aussi fin que celui que nous avons employé, qui ne donne pour la force de torsion d'un angle de 5 degrés, qu'un 24 millième de grain, à peu-près, quelque calme que soit l'air, & quelques précautions que l'on prenne, l'on ne pourra répondre de la position naturelle de l'aiguille, lorsque la torsion est nulle, qu'à 2 ou 3 degrés près. Ainsi, pour avoir un premier essai à comparer avec les suivans, il faut, après avoir électrisé les deux balles, tordre le fil de suspension de 30 à 40 degrés, ce qui réuni à la distance des deux balles observées, donnera une force de torsion assez considérable, pour que les 2 ou 3 degrés d'incertitude dans la première position de l'aiguille, lorsque la torsion est nulle, ne produisent pas dans les résultats une erreur sensible. Il faut d'ailleurs être averti, que le fil d'argent, dont je me suis servi dans cette expérience, est si fin, qu'il casse au moindre ébranlement: j'ai trouvé dans la suite, qu'il étoit plus com-

mode d'employer dans les expériences un fil de suspension d'un diamètre presque double, quoique sa flexibilité de torsion fût de quatorze à quinze fois moins grande que celle du premier. Il faut avoir soin, avant de faire usage de ce fil d'argent, de le tenir pendant deux ou trois jours tendu par un poids qui soit à peu-près la moitié de celui qu'il peut porter sans se rompre; il faut encore avertir, qu'en employant ce dernier fil d'argent, il ne faut jamais le tordre au-delà de 300 degrés, parce que passé ce terme de torsion, il commence à s'écrouir, & ne réagit plus, ainsi que nous l'avons prouvé dans le Mémoire déjà cité, imprimé en 1784, qu'avec une force moindre que l'angle de torsion.

Deuxième Remarque.

L'électricité des deux balles diminue un peu pendant le temps que dure l'expérience; j'ai éprouvé que, le jour où j'ai fait les essais qui précèdent, les balles électrisées se trouvant par leur répulsion à 30 degrés de distance l'une de l'autre, sous un angle de torsion de 50 degrés, elles se sont rapprochées d'un degré dans trois minutes; mais comme je n'ai employé que deux minutes à faire les trois essais qui précèdent, l'on peut, dans ces expériences, négliger l'erreur qui résulte de la perte de l'électricité. Si l'on desire une plus grande précision, où lorsque l'air est humide, & que l'électricité se perd rapidement, l'on doit, par une première observation, déterminer la doit ou la diminution de l'action électrique des deux balles dans chaque minute, & se servir ensuite de cette première observation, pour corriger les résultats des expériences que l'on voudra faire ce jour-là.

Troisième Remarque.

La distance des deux balles, lorsqu'elles sont éloignées l'une de l'autre par leur action répulsive réciproque, n'est pas précisément mesurée par l'angle qu'elles forment, mais par la corde de l'arc qui joint leur centre; de

même que le levier à l'extrémité duquel s'exerce l'action, n'est pas mesuré par la moitié de la longueur de l'aiguille, ou par le rayon, mais par le cosinus de la moitié de l'angle formé par la distance des deux balles; ces deux quantités, dont l'une est plus petite que l'arc, & diminue par conséquent la distance mesurée par cet arc, dans le temps que l'autre diminue le levier, se compensent en quelque façon; & dans les expériences du genre de celles dont nous sommes occupés, l'on peut sans erreur sensible, s'en tenir à l'évaluation que nous avons donnée, si la distance des deux balles ne passe pas 25 à 30 degrés; dans les autres cas, il faut en faire le calcul rigoureusement.

Quatrième Remarque.

Comme l'expérience prouve, que dans une chambre bien fermée, l'on peut déterminer avec le premier fil d'argent à 2 ou 3 degrés près, la position de l'aiguille, quand la torsion est nulle, ce qui donne, d'après le calcul des forces de torsion, proportionnelles à l'angle de torsion, une force tout au plus d'un quarante millième de grains, les plus foibles degrés de l'électricité se mesureront facilement avec cette balance. Pour cette opération, l'on fait passer, *fig. 5*, à travers un bouchon de cire d'Espagne, un petit fil de cuivre *c d*, terminé en *c* par un crochet, & en *d*, par une petite balle de sureau dorée, & l'on met le bouchon *A* dans le trou *m* de la balance *fig. 1*, de manière que le centre de la balle *d*, vue par le fil de suspension, répond au point *o* du cercle *z o q*; en approchant ensuite un corps électrisé du crochet *c*, quelque foible que soit l'électricité de ce corps, la balle *a* se séparant de la balle *d*, donne des signes de l'électricité, & la distance des deux balles en mesure la force, d'après le principe de la raison inverse du carré des distances.

Mais je dois prévenir que, depuis ces premières expériences, j'ai fait exécuter différens petits électromètres, d'après

dans l'Océan Atlantique, produisent des espèces qui leur sont particulières, et qu'on ne retrouve ni au Brésil, ni en Afrique, par les mêmes latitudes.

M. Durville, ayant eu l'attention de noter autant que possible le degré de fréquence relative de chaque espèce végétale, dans tous les terrains qu'il a parcourus, aura ainsi fourni à ceux qui s'occupent spécialement de la géographie botanique de précieuses données. Les notes dont ses herbiers sont accompagnés, sur l'utilité de certaines espèces de plantes dans l'économie domestique, sur la nature et l'élévation du sol où elles croissent, sur les noms qu'elles portent dans les diverses îles, ne sont pas moins curieuses. Ajoutons que durant son voyage M. Durville avait envoyé au Muséum divers paquets de graines : les espèces qui en proviennent y sont maintenant cultivées. Les objets nombreux recueillis et observés par cet officier étendront notablement le domaine des sciences naturelles, et lui assurent la reconnaissance de tous ceux qui les cultivent.

Relation historique.

Les documents que rapporte l'expédition sur les mœurs et les habitudes des diverses peuplades des Carolines, sur les indigènes de la Nouvelle-Zélande, sur les habitants d'Otaïti, si différents aujourd'hui de ceux que Cook et Bougainville y trouvèrent, nous ont paru pleins d'intérêt. Les vocabulaires des langues de ces îles que M. Duperrey a recueillis sont très-nombreux. On en doit quelques-uns aux propres recherches de nos voyageurs. Le plus grand nombre leur a été communiqué par les missionnaires anglais. Ces vocabulaires exciteront au plus haut degré la curiosité de ceux qui

cherchent à retrouver comment la migration des peuples s'est opérée dans la vaste étendue de la mer du Sud. L'on devra à M. Gabert, agent comptable, auquel les langues européennes sont devenues familières, des renseignements curieux sur l'état du commerce et de l'industrie des colonies visitées par la *Coquille*. Quant aux traits physiques des habitants de ces divers archipels, ils sont représentés dans une série de 43 portraits exécutés avec beaucoup de talent, à l'aide de moyens optiques, par M. Lejeune. La ressemblance, d'après le témoignage unanime des officiers de la *Coquille*, est plus parfaite qu'on ne l'avait jamais obtenue par d'autres méthodes. On doit encore à M. Lejeune 57 dessins de costumes ; 40 petits tableaux ; 83 vues ou paysages ; enfin, 59 dessins représentant des armes, des ustensiles de ménage et divers autres objets. L'auteur de ce riche portefeuille n'avait été embarqué sur la *Coquille* que comme amateur. Un dessinateur en titre et soldé eût difficilement montré, comme on voit, plus de zèle et d'activité. Personne n'aura de doute sur l'heureux parti qu'on tirera de plusieurs de ces dessins pour orner la relation historique du voyage, quand nous aurons annoncé que M. le général Lejeune veut bien consentir à devenir, dans ce travail, le guide de son neveu. M. Bérard, dont nous avons eu déjà si souvent l'occasion de signaler l'activité, a dessiné avec un succès très-remarquable toutes les espèces de pirogues dont se servent les habitants des nombreux archipels de la mer du Sud. C'est un travail complet en son genre, et qui fournit plus d'une occasion d'admirer à quel point le besoin et une longue expérience suppléent aux connaissances scientifiques.

Conclusion.

L'Académie trouvera, dans les analyses qui précèdent, la preuve que le voyage de la *Coquille* mérite d'occuper un rang distingué parmi les plus brillantes expéditions scientifiques exécutées, soit par la marine française, soit par celles des autres nations. La Commission n'a qu'un vœu à émettre, c'est qu'une publication prompte et détaillée mette le monde savant en possession des richesses aussi nombreuses que variées dont on est redevable au zèle, au talent et à l'infatigable activité de M. Duperrey et de ses collaborateurs.

La publication des résultats de cet important ouvrage a été entreprise et poursuivie avec beaucoup de soin. Trois livraisons relatives à la zoologie ont déjà paru (fin de mai 1827); les observations magnétiques, celles du pendule, sont livrées à l'impression pour le recueil de la *Connaissance des temps*; la partie géographique est terminée, et ne tardera point à être rendue publique. La plupart des cartes sont gravées : il en est de même des dessins qui sont joints à la relation historique.

M. Paul-Laurent, ancien élève de l'école Polytechnique, professeur de dessin à l'école forestière de Nancy, a proposé un nouveau moyen de suppléer à la gravure sur cuivre, et de multiplier promptement et à peu de frais les empreintes d'un dessin. Son procédé consiste à calquer le dessin avec une pointe sèche, sur une feuille transparente de gélatine rendue insoluble par une dissolution de sulfate de fer oxidé. Deux commissions ont successivement pris connaissance des

essais présentés par M. Laurent : elles ont reconnu que les résultats sont très-remarquables, et qu'ils promettent à l'histoire naturelle, au dessin des machines et des appareils ou de l'architecture et des ornements, un procédé expéditif pour représenter fidèlement des détails compliqués ou des traits d'un dessin original. Ce procédé demande de nouvelles recherches ; il reste à vaincre des difficultés d'exécution, mais il tend à perfectionner l'art dans ses applications usuelles. L'Académie, qui a vu avec satisfaction cette ingénieuse tentative, continuera de s'intéresser au succès de l'auteur.

M. Augustin Coront a soumis à l'examen de l'Académie un nouveau métier propre à tisser toutes sortes d'étoffes par le seul effet d'un mouvement de rotation continu. MM. Dupin, Navier et Molard (rapporteur) ont rendu compte du résultat de cet examen. Avant d'exposer les particularités que l'on remarque dans le nouveau mécanisme de M. Coront, on indique dans le rapport la première origine des inventions de ce genre : elle est due à l'un des membres les plus célèbres de l'ancienne Académie des sciences de Paris, Jacques de Vaucanson. Ce grand mécanicien a résolu le premier, et de la manière la plus complète, l'ingénieuse question qui avait pour objet de produire des étoffes de toute espèce par le seul effet d'un mouvement continu de rotation résultant d'un moteur quelconque. Les écrits périodiques de ce temps (novembre 1745) ont fait connaître avec beaucoup de détail cette invention surprenante. Ils rapportent que cette nouvelle merveille de l'art consiste dans une machine, au moyen de laquelle un cheval, un bœuf ou un âne font des étoffes bien plus belles et bien plus parfaites que les meilleurs métiers. On ajoute que l'auteur n'a d'abord travaillé

que pour faire toutes sortes d'étoffes unies comme le taffetas, le gros de Naples, le sergé, le satin; mais que bientôt après il trouva les moyens de rendre les nouveaux ouvriers de sa création également habiles pour la fabrication des étoffes façonnées. Le métier dont il s'agit a été légué par l'auteur au gouvernement de France, et il est déposé dans le Conservatoire des Arts et Métiers.

Le rapport dont nous donnons l'extrait cite la description qui fut alors publiée; et complète cette description. Il rappelle d'autres inventions qui furent aussi examinées et approuvées par l'Académie des Sciences de Paris.

Il résulte de cette exposition, que l'on ne pourrait pas considérer comme une découverte nouvelle l'établissement des métiers propres à tisser les étoffes au moyen d'un moteur quelconque, et qui produit sans le secours de la main,

- 1^o Le jeu des lisses;
- 2^o Le lancement de la navette dans les deux sens;
- 3^o Le coup de chape ou du battant, et son repos pendant le passage de la navette;
- 4^o L'action du frein de la grande ensouple en opposition avec le coup du battant;
- 5^o La marche progressive de l'étoffe à mesure qu'elle est tissée.

Dans cet état de choses, le mérite d'un métier à tisser, du genre de ceux qui ont été soumis à l'examen de la Commission, ne peut consister que dans le choix des divers mécanismes déjà employés pour produire les effets que l'on vient d'énoncer.

Les métiers de M. Coront, examinés sous ce point de vue, ont été jugés d'une combinaison simple, facile à exécuter,

d'un entretien peu dispendieux, et très-bien appropriés à leur objet. On a remarqué que le peigne est porté par une espèce de chariot, qui se meut dans un plan horizontal pour opérer la pression de la trame; que le lancé de la navette dans les deux sens est produit par un mécanisme aussi simple qu'ingénieux, et qui a l'avantage de ne point frapper brusquement les taquets qui chapent la navette, mais de les conduire par un mouvement uniformément accéléré, à l'imitation de la main de l'ouvrier qui fait usage de la navette.

M. Coront emploie sur l'un de ses métiers la mécanique à la Jacquart, qui produit une étoffe façonnée par le foulage d'une seule marche, recevant l'impulsion de l'autre moteur en même temps que toutes les parties du métier. Les commissaires ont joint au rapport un échantillon de l'étoffe façonnée, dont la fabrication a eu lieu en leur présence. L'Académie a adopté les conclusions proposées : elles portent que M. Coront a le mérite d'avoir produit un métier à tisser peu dispendieux, d'une facile exécution, et très-susceptible d'être porté à un degré satisfaisant de perfection, à mesure que l'expérience lui en démontrera la nécessité.

d'après les mêmes principes de la force de torsion, en me servant pour le fil de suspension, d'un fil de soie, tel qu'il sort du cocon, ou d'un poil de chèvre d'Angora. Un de ces électromètres qui a à peu-près la même forme que la balance électrique, décrite dans ce Mémoire, est beaucoup plus petit; il n'a que 5 à 6 pouces de diamètre, une tige d'un pouce; l'aiguille est un petit fil de gomme-laque de 12 lignes de longueur, terminé en *a* par un petit cercle très-léger de clinquant. L'aiguille & le clinquant pèsent à peu-près un quart de grain; le fil de suspension, tel qu'il sort du cocon, ayant 4 pouces de longueur, a une flexibilité telle, qu'en agissant avec un bras de levier d'un pouce, il ne faut qu'un soixante millième de grain pour le tordre d'un cercle entier ou de 360 degrés: en présentant dans cet électromètre au crochet *C* de la *figure 5*, un bâton ordinaire de cire d'Espagne, électrisé par frottement à 3 pieds de distance de ce crochet, l'aiguille est chassée à plus de 90 degrés. Nous décrirons plus en détail dans la suite cet électromètre, lorsque nous voudrons déterminer la nature & le degré d'électricité de différens corps, qui en frottant l'un contre l'autre, prennent un degré d'électricité très-foible.

SECONDE MÉMOIRE

SUR

L'ÉLECTRICITÉ ET LE MAGNÉTISME,

Où l'on détermine, suivant quelles loix le Fluide magnétique, ainsi que le Fluide électrique, agissent, soit par répulsion, soit par attraction.

Par M. COULOMB.

LA balance électrique que j'ai présentée à l'Académie, au mois de Juin 1785, mesurant avec exactitude, & d'une manière simple & directe, la répulsion de deux balles qui ont une électricité de même nature, il a été facile de prouver, en se servant de cette balance, que l'action répulsive de deux balles électrisées de la même nature d'électricité, & placées à différentes distances, étoit très-exactement en raison inverse du carré des distances; mais lorsque j'ai voulu me servir du même moyen pour déterminer la force attractive des deux balles chargées d'une électricité de différente nature, j'ai rencontré, en me servant de cette balance pour mesurer l'attraction des deux balles, un inconvénient dans la pratique, qui n'a pas lieu dans l'opération pour mesurer la répulsion. La difficulté pratique tient à ce que, lorsque les deux balles se rapprochent en s'attirant, la force d'attraction qui croît, comme nous allons bientôt le voir, dans le rapport de la raison inverse du carré des distances, croît souvent dans un plus grand rapport que la force de torsion qui croît seulement comme l'angle de torsion; en sorte que ce n'est qu'après avoir manqué beaucoup d'expériences, que l'on vient à bout d'empêcher les balles qui s'attirent, de se toucher, à moins d'opposer un obstacle idio-électrique au

mouvement de l'aiguille; mais comme notre balance est souvent destinée à mesurer des actions de moins d'un millièbre de grains, la cohérence de l'aiguille avec cet obstacle, trouble les résultats, & oblige à un tâtonnement, pendant lequel une partie de l'électricité se perd.

La *figure 1*, & le calcul qui va suivre, vont faire sentir en quoi consistent les difficultés de l'opération, & montreront en même temps les limites dans lesquelles il faut renfermer les expériences pour en assurer le succès.

Que aca' soit la position naturelle de l'aiguille, lorsque le fil de suspension n'est pas encore tordu; a représente la balle de bureau, attachée à l'aiguille aa' de nature idio-électrique; b est la balle suspendue dans le trou de la balance. Que l'on électrise les deux balles, l'une de l'électricité que l'on nomme *positive*, l'autre de l'électricité que l'on nomme *negative*, elles s'attireront mutuellement; la balle a de l'aiguille tendant à s'approcher du globe b , prendra la position $\Phi c \Phi'$; cette position sera telle, que la force de réaction de torsion représentée par $ac\Phi$, angle dont le fil de suspension aura été tordu, sera égale à la force attractive des deux balles; & si cette force attractive étoit proportionnelle à la raison inverse du carré des distances, comme nous l'avons trouvée pour la force répulsive, dans notre premier Mémoire, l'on auroit, en faisant $ab = a$, $a\Phi = x$, $D =$ le produit de la masse électrique des deux balles, & les arcs a & x assez petits pour qu'ils pussent mesurer la distance des deux balles (autrement il faudroit prendre la corde de cet arc pour la distance, & le cosinus de sa moitié pour le bras de levier); l'on auroit, dis-je, d'après ces suppositions, pour l'équilibre entre l'attraction des deux balles & la réaction de la torsion, la formule

$$nx = \frac{D}{(a - x)^2},$$

ou $D = nx(a - x)^2$; d'où il résulte que lorsque $x = a$ ou 0, la valeur de D sera nulle, qu'ainsi il y a un point Φ entre a & b , où la quantité D est un *maximum*;

D d d d ij

le calcul donne pour ce point $x = \frac{1}{3} a$. En substituant cette valeur de x dans la formule qui représente D dans le cas d'équilibre, l'on aura $D = \frac{4}{27} n a^3$; & par conséquent toutes les fois que D sera plus grand que $\frac{4}{27} n a^3$, il n'y aura pas entre a & b de position Φ , où l'aiguille puisse rester en équilibre, & les balles se toucheront nécessairement: mais il faut observer que dans la pratique, quoique D soit plus petit que $\frac{4}{27} n a^3$, les balles se joignent souvent, parce que la flexibilité des suspensions de l'aiguille permet à l'aiguille d'osciller, & que, passé $\frac{1}{3} a$, la force d'attraction augmente dans un plus grand rapport que la force de torsion; en sorte que lorsque la balle Φ arrive, par l'amplitude de son oscillation, à une distance x , où D est plus grand que $n x (a - x)^2$, les deux balles continuent à s'approcher jusqu'à ce qu'elles se touchent.

C'est en me conduisant d'après cette théorie, que je suis parvenu à mettre en équilibre, à différentes distances, la force attractive des deux balles électrisées, avec la force de torsion de mon micromètre; en comparant ensuite les différentes expériences, j'en ai conclu que la force attractive des deux balles électrisées, l'une de l'électricité que l'on nomme *positive*, l'autre de celle que l'on nomme *negative*, étoit en raison inverse du carré des distances du centre de ces deux balles, même rapport déjà trouvé pour la force répulsive.

Pour assurer ce résultat, j'ai tenté, pour le cas d'attraction, un autre moyen qui, quoique moins simple & moins direct que le premier, demande moins de soins & de précautions pour réussir; il a d'ailleurs l'avantage apparent de présenter des expériences faites avec des globes d'un très-grand diamètre, au lieu que l'on ne peut opérer dans la balance, qu'avec des globes peu considérables; mais cet avantage n'est qu'apparent, & l'on verra par la suite, dans les différens Mémoires que je présenterai successivement à l'Académie, qu'avec des balles de deux ou trois lignes de diamètre, & au moyen de la balance, telle

que nous l'avons décrite dans notre premier Mémoire, l'on peut, non-seulement mesurer la masse totale du fluide électrique contenue dans un corps d'une figure quelconque, mais encore la densité électrique de chaque partie de ce corps.

Deuxième Méthode expérimentale, pour déterminer la loi suivant laquelle un globe d'un ou deux pieds de diamètre, attire un petit corps électrisé d'une électricité de nature différente de la sienne.

La méthode que nous allons suivre, est analogue à celle que nous avons employée dans le septième volume des *Savans Étrangers*, pour déterminer la force magnétique d'une lame d'acier, relativement à sa longueur, son épaisseur & sa largeur. Elle consiste à suspendre une aiguille horizontalement, dont l'extrémité seulement soit électrisée, & qui, présentée à une certaine distance d'un globe électrisé, d'une nature différente d'électricité, est attirée, & oscille en vertu de l'action de ce globe: l'on détermine ensuite par le calcul, d'après le nombre des oscillations dans un temps donné, la force attractive à différentes distances, comme l'on détermine la force de la gravité par les oscillations du pendule ordinaire.

Voici quelques observations qui nous ont dirigé dans les expériences qui vont suivre. Un fil de soie, tel qu'il sort du cocon, & qui peut porter jusqu'à 80 grains sans se rompre, a une flexibilité de torsion, telle, que si à un pareil fil de 3 pouces de longueur, l'on suspend horizontalement dans le vide une petite plaque circulaire, dont le poids & le diamètre soient connus, l'on trouvera par le temps des oscillations de la petite plaque, d'après les formules expliquées dans un Mémoire sur la force de torsion, imprimé dans le volume de l'*Académie pour 1784*, qu'en agissant avec un levier de 7 à 8 lignes, pour tordre la soie autour de son axe de suspension il ne faudra, pour un cercle entier de torsion, employer le plus souvent qu'une

force d'un soixante millième de grain; & si le fil de suspension, a une longueur double ou de six pouces, il ne faudra qu'un cent-vingt millième de grain. Ainsi, en suspendant horizontalement une aiguille à cette soie, lorsque l'aiguille sera parvenue à l'état de repos, ou que la soie sera entièrement détordue. Si, par le moyen d'une force quelconque, l'on fait faire des oscillations à cette aiguille, dont l'amplitude ne s'éloigne que de 20 à 30 degrés de la ligne, où la torsion est nulle; la force de torsion ne pourra influer que d'une manière insensible sur la durée des oscillations, quand même la force qui produiroit les oscillations ne seroit que d'un centième de grain. D'après cette première donnée, voici comme l'on s'y est pris pour déterminer la loi de l'attraction électrique.

L'on suspend, *fig. 2*, une aiguille *lg* de gomme-laque, à un fil de soie *sc* de 7 à 8 pouces de longueur, d'un seul brin, tel qu'il sort du cocon; à l'extrémité *l*, l'on fixe perpendiculairement à ce fil un petit cercle de 8 à 10 lignes de diamètre, mais très-léger & tiré d'une feuille de papier doré; le fil de soie est attaché en *s*, à l'extrémité inférieure d'une petite baguette *st*, séchée au four, & enduite de gomme-laque ou de cire d'Espagne; cette baguette est saisie en *t*, par une poupée à pince qui coule le long de la règle *oE*, & s'arrête à volonté au moyen de la vis *v*.

G est un globe de cuivre ou de carton, couvert d'étain, porté par quatre pilliers de verre, enduits de cire d'Espagne, & surmontés chacun, pour rendre l'isolement plus parfait, de quatre bâtons de cire d'Espagne, de trois à quatre pouces de longueur; ces quatre pilliers sont fixés par leur partie inférieure à un plateau, que l'on place sur une petite tablette à coulisse, qui peut, ainsi que l'indique la figure, s'arrêter à la hauteur la plus commode pour l'expérience; la règle *EO*, peut aussi, au moyen de la vis *E*, s'arrêter à la hauteur convenable.

Tout étant ainsi préparé, l'on place le globe *G*, de

manière que son diamètre horizontal Gr , réponde au centre de la plaque l , qui en est éloignée de quelques pouces. L'on donne une étincelle électrique au globe, au moyen de la bouteille de Leyde, l'on présente un corps conducteur à la plaque l , & l'action du globe électrisé sur le fluide électrique de la plaque non électrisée, donne à cette plaque, une électricité de différente nature de celle du globe; en sorte que, en retirant le corps conducteur, le globe & la plaque agissent l'un sur l'autre par attraction.

E X P É R I E N C E.

Le globe G avoit un pied de diamètre, la plaque l avoit 7 lignes, l'aiguille de gomme-laque lg , 15 lignes de longueur; le fil de suspension sc , étoit une soie telle qu'elle sort du cocon, de 8 lignes de longueur: lorsque la poupée étoit au point o , la plaque l touchoit le globe en r , & à mesure que l'on éloignoit la poupée vers E , la plaque s'éloignoit du centre du globe de la quantité donnée par les divisions 0, 3, 6, 9, 12 pouces, & le globe étant électrisé d'une électricité appelée *électricité positive*, la plaque de l'électricité négative, par le procédé indiqué: l'on a eu,

- 1.^{er} Essai. La plaque l , placée à... 3^{pouces} de distance de la surface du globe, ou à 9^p de son centre, a donné
..... 15 oscillations en... 20".
- 2.^{me} Essai. La plaque l , éloignée de 18^{pouces} du centre du globe, l'on a eu..... 15 oscillations en... 40".
- 3.^{me} Essai. La plaque l , éloignée à 24^{pouces} du centre du globe, l'on a eu..... 15 oscillations en... 60".

Explication & résultat de cette expérience.

Quand tous les points d'une surface sphérique, agissent par une force attractive ou répulsive en raison inverse du carré des distances, sur un point placé à une distance quelconque de cette surface, l'on fait que l'action est la même, que si toute la surface sphérique étoit concentrée au centre de la sphère.

Mais comme dans notre expérience, la plaque l n'a que 7 lignes de diamètre, & que dans les essais, la moindre distance au centre de la sphère, a été de 9 pouces, l'on peut, sans erreur sensible, supposer toutes les lignes qui vont du centre de la sphère à un point de la plaque, parallèles & égales; & par conséquent, l'action totale de la plaque, peut être supposée réunie à son centre, ainsi que l'action du globe; en sorte que, dans les petites oscillations de l'aiguille, l'action qui fait osciller l'aiguille, sera une quantité constante pour une distance donnée, & agira suivant la direction qui joint les deux centres. Ainsi, si l'on nomme ϕ la force, T le temps d'un certain nombre d'oscillations, l'on aura T proportionnel à $\frac{1}{\sqrt{\phi}}$: mais si d est la distance Gl du centre du globe, au centre de la plaque, & que les forces attractives soient proportionnelles à l'inverse du carré des distances ou à $\frac{1}{d^2}$, il en résultera que T sera proportionnel à d ou à la distance; en sorte qu'en faisant dans nos essais, varier la distance, le temps d'un même nombre d'oscillations a dû être comme la distance du centre de la plaque au centre du globe; comparons cette théorie avec l'expérience.

1. ^{er} Essai.	Distance des centres...	9 pouces,	15 oscillations en	20".
2. ^{me} Essai.....	18.....			41".
3. ^{me} Essai.....	24.....			60".
Les distances sont ici comme les nombres.....				3, 6, 8.
Les temps d'un même nombre d'oscillations::...				20, 41, 60.
Par la théorie, ils auroient dû être::.....				20, 40, 54.

Ainsi dans ces trois essais, la différence entre la théorie & l'expérience, est de $\frac{1}{10}$ pour le dernier essai comparé au premier, & presque nulle pour le second comparé au premier; mais il faut remarquer qu'il a fallu à peu-près quatre minutes pour faire les trois essais; que quoique l'électricité tint assez long-temps le jour de cette expérience,

expérience, elle perdoit cependant $\frac{1}{40}$ d'action par minute. Nous verrons, dans un Mémoire qui suivra celui que je présente aujourd'hui, que lorsque la densité électrique n'est pas très-forte, l'action électrique de deux corps électrisés diminue dans un temps donné, exactement comme la densité électrique, ou comme l'intensité de l'action; ainsi, puisque nos essais ont duré quatre minutes, & que l'action électrique perdoit $\frac{1}{40}$ par minute, du premier au dernier essai, l'action dûe à l'intensité de la densité électrique, indépendante de la distance, a dû être diminuée à peu-près d'un dixième; par conséquent, pour avoir le temps de la durée corrigée des 15 oscillations dans le dernier essai, il faut faire $\sqrt{10} : \sqrt{9} :: 60'' : \text{est à la quantité cherchée}$, que l'on trouvera de 57 secondes, qui ne diffère que de $\frac{1}{20}$ du nombre 60 secondes trouvé par l'expérience.

Nous voici donc parvenus, par une méthode absolument différente de la première, à un résultat semblable; ainsi nous pouvons en conclure que l'attraction réciproque du fluide électrique appelé *positif*, sur le fluide électrique nommé ordinairement *négalif*, est en raison inverse du carré des distances; de même que nous avons trouvé, dans notre premier Mémoire, que l'action réciproque d'un fluide électrique de même nature, est en raison inverse du carré des distances.

Première Observation.

L'ON sent qu'il est très-facile, en employant la méthode qui précède, d'avoir, au moyen des oscillations de l'aiguille électrique, les loix de la force répulsive, ainsi que nous venons de déterminer celle de la force attractive. En effet, si l'on fait toucher la plaque au globe électrisé, elle prendra une électricité de la même nature que celle du globe, & sera repoussée; en sorte que l'aiguille oscillera en vertu de cette répulsion, dans une position absolument opposée à la première, & le nombre des oscillations, dans un temps donné, comparé avec la distance du centre de la plaque,

Mém. 1785.

E e e e

au centre du globe, feront connoître la force répulsive, par le même calcul que nous venons de suivre pour avoir la force attractive : cependant nous devons dire que toutes les expériences où l'on veut faire agir le fluide électrique par la force répulsive, s'exécutent, comme nous le verrons dans la suite, d'une manière plus simple, plus exacte & plus commode, au moyen de la balance que nous avons décrite dans notre premier Mémoire.

Seconde Observation.

Si l'on vouloit se servir de la même méthode pour déterminer la quantité d'électricité qui se partage entre un globe électrisé & un corps conducteur d'une figure quelconque, mis en contact avec ce globe, voici comme l'on pourroit s'y prendre : après avoir électrisé le globe, & déterminé, dans ce premier état, au moyen des oscillations, son action électrique sur la plaque de l'aiguille, pour une distance donnée, l'on feroit tout de suite toucher le globe par le corps conducteur qui doit prendre une portion de l'électricité du globe ; & en séparant ce corps du globe, l'on détermineroit de nouveau, par les oscillations de l'aiguille, la quantité d'électricité qui reste au globe ; & la différence de cette quantité avec celle que le globe avoit avant le contact, mesurera celle qu'a pris le corps mis en contact. Il est inutile d'avertir que de pareilles expériences ne peuvent bien réussir que dans les jours très-secs, où les corps isolés perdent lentement leur électricité ; qu'il faut avoir égard à cette diminution d'électricité dans la réduction des expériences qui se succèdent ; qu'il faut éviter qu'il ne se forme aucun courant d'air dans la chambre où l'on opère, & éloigner tout corps conducteur au moins à trois pieds du globe électrisé, & même de l'aiguille : mais nous répétons que lorsque nous déterminerons dans la suite, par l'expérience & par la théorie, la manière dont le fluide électrique se distribue dans les différentes parties des corps, l'on verra que toutes ces expériences réussissent beaucoup.

mieux avec la balance électrique, que par la méthode des oscillations que nous venons d'expliquer.

EXPÉRIENCES pour déterminer la loi suivant laquelle le fluide magnétique agit, soit par attraction, soit par répulsion.

LES corps aimantés agissant l'un sur l'autre par attraction & par répulsion à des distances finies, ainsi que les corps électrisés, le fluide magnétique, paroît avoir, si ce n'est par sa nature, au moins par cette propriété, de l'analogie avec le fluide électrique; & d'après cette analogie, l'on peut présumer que ces deux fluides agissent suivant les mêmes loix: dans tous les autres phénomènes d'attraction ou de répulsion que nous présente la Nature, soit dans la cohérence des corps, soit dans leur élasticité, soit dans les affinités chimiques, les forces d'attraction & de répulsion ne paroissent s'exercer qu'à de très-petites distances; d'où il sembleroit résulter, qu'elles ne suivent pas les mêmes loix que l'électricité & le magnétisme. En effet, la théorie & le calcul de l'attraction & répulsion des éléments des corps, nous apprennent que toutes les fois que les molécules élémentaires des corps s'attirent ou se repoussent par des forces qui diminuent dans le rapport, ou dans un rapport moindre que le cube des distances, par exemple, comme les distances, les corps peuvent agir l'un sur l'autre à des distances finies; mais que dans le cas où l'action des molécules diminue dans le rapport, ou dans un plus grand rapport que le cube des distances, pour lors les corps ne peuvent agir l'un sur l'autre, qu'à des distances infiniment petites (a).

(a) *De l'action attractive & répulsive des Corps, suivant la loi des distances.*

La figure aa représente un cône ou une petite pyramide très-aiguë, dont toutes les parties attirent le point C, suivant la raison inverse ($n + 2$) des distances.

E e e ij

Nous aurons peut-être lieu de revenir sur cet objet, dans la suite de nos Mémoires sur l'électricité.

Nous avons employé dans cette nouvelle recherche, deux méthodes, pour déterminer par l'expérience, suivant quelle loi le fluide magnétique agit. La première de ces méthodes, consiste à suspendre une aiguille aimantée, à

Soit $x = cp$, l'action de la zone circulaire $p m$ sur le point C , sera $\frac{m \, d \, x \, x^2}{x^2 + n}$, dont l'intégrale sera $\frac{m}{1-n} (k + x^{1-n})$; pour avoir k , il faut supposer la pyramide tronquée, ou que l'action s'évanouit en D lorsque $x = CD = A$, ce qui donne pour l'intégration complète $\frac{m}{1-n} (-A^{1-n} + x^{1-n})$, où il faut remarquer que lorsque A est égal à 0, si n est plus grand que 1, A^{1-n} sera égal à $\frac{1}{0}$, ou infini; si n est plus petit que l'unité, pour lors A^{1-n} sera égal à 0; ou, si l'on veut, toute la force attractive sera
$$= \frac{m \, x^{1-n}}{(1-n)}.$$

C'est-à-dire que, dans le cas où n est plus grand que l'unité, ou lorsque la répulsion ou l'attraction diminue dans un rapport égal ou plus grand que le cube des distances, la valeur de la constante est infinie relativement à la valeur de la variable qui exprime la plus ou moins grande étendue du cône; & qu'ainsi l'attraction ou répulsion n'a lieu que dans le point de contact, & que celle des parties éloignées est infiniment petite relativement à celle du contact; mais dans le cas où n est plus petite que l'unité, c'est à-dire, toutes les fois que l'action décroît dans un rapport moindre que le cube des distances, pour lors l'action des parties éloignées influe sur l'attraction totale, qui est nulle pour une pyramide infiniment petite & proportionnelle à x^{1-n} , pour la pyramide dont la longueur est x .

Il paroît résulter de ce calcul, que la cohésion, l'élasticité & toutes les affinités chimiques où les élémens des corps ne paroissent avoir d'action que très-près du point de contact, & où l'attraction élective paroît dépendre de la figure de ces élémens, ne peuvent agir entr'elles que dans un rapport très-approché de la raison inverse du cube des distances. Peut-être au surplus toutes les affinités chimiques dépendent-elles de deux actions, l'une répulsive, l'autre attractive, analogues à celles que nous trouvons dans l'électricité & le magnétisme.

lui présenter dans son méridien magnétique une autre aiguille aimantée, placée convenablement, & à déterminer par le calcul & l'observation, à différentes distances, avec quelle force le fluide magnétique d'une des aiguilles, agit sur le fluide magnétique de l'autre. Dans la deuxième méthode, l'on se sert d'une balance magnétique, à peu-près semblable à notre balance électrique, décrite dans le premier Mémoire; mais avant de rapporter le détail de nos expériences, il faut rappeler quelques propriétés connues des aiguilles aimantées, qui nous seront utiles.

Une aiguille, depuis 0 jusqu'à 24 pouces de longueur, de bon acier, fortement trempée, aimantée par la méthode de la double touche, telle que M. Œpinus l'a décrite & pratiquée d'après son excellente théorie du magnétisme & de l'électricité, prend un pôle à chaque extrémité; son centre aimantaire se place à peu-près vers son milieu.

Dans deux aiguilles aimantées, les pôles du même nom se repoussent, & les pôles d'un nom différent s'attirent. Cette attraction ou répulsion augmente à mesure que la distance où l'on présente les extrémités des aiguilles l'une à l'autre, diminue.

Si l'on suspend horizontalement une aiguille aimantée, en sorte qu'elle puisse tourner librement autour de son centre, elle se placera toujours dans la même direction, que l'on appelle son *méridien magnétique*; ce méridien formera un angle avec le méridien du monde, cet angle variera un peu dans le courant de la journée, suivant l'heure du jour, par une espèce de mouvement périodique: il variera tous les ans, par un autre mouvement probablement également périodique, mais dont la durée, pour chaque point de la Terre, nous est encore inconnue.

Si une aiguille, ainsi suspendue horizontalement, est mise en oscillation, elle s'éloignera également des deux côtés de son méridien magnétique; & elle y fera toujours ramener, par une force facile à déterminer, si l'on observe la durée des oscillations, & que l'on connoisse la figure &

le poids de l'aiguille. *Voyez le septième volume des Savans étrangers, Mémoires de l'Académie.*

Préparation aux Expériences.

J'AI pris un fil d'excellent acier, tiré à la filière, il avoit 25 pouces de longueur, & $1\frac{1}{2}$ ligne de diamètre; je l'ai aimanté par la méthode de la double touche, son centre magnétique s'est trouvé à peu-près vers son milieu. J'ai ensuite suspendu, au moyen d'un fil de soie, tel qu'il sort du cocon, de trois lignes de longueur, une aiguille aimantée de 3 pouces de longueur; & lorsque cette aiguille s'est arrêtée, j'ai tracé son méridien magnétique, que j'ai prolongé jusqu'à deux pieds de distance du centre de suspension. J'ai ensuite élevé (*fig. 3*), des perpendiculaires sur ce méridien magnétique; j'ai placé mon fil d'acier le long de ces perpendiculaires, & je l'ai fait glisser jusqu'à ce que l'aiguille *na* reprît la direction de son méridien magnétique, comme elle y étoit placée naturellement avant que le fil d'acier lui fut présenté; & j'ai observé ensuite, suivant que mon fil aimanté étoit plus ou moins éloigné de l'aiguille suspendue, de combien l'extrémité de ce fil dépassoit, ou étoit en-deçà du méridien magnétique, lorsque l'aiguille s'arrêtoit sur son méridien.

PREMIÈRE EXPÉRIENCE.

Essai.	Le fil placé à la distance de l'extrémité de l'aiguille.	1 pouce	L'extrémité dépasse le Méridien magnétique de.....	+	10 lignes
1. ^{re} Essai.....		2.....		+	9
3. ^{re} Essai.....		4.....		+	8
4. ^{re} Essai.....		8.....		—	4
5. ^{re} Essai.....		16.....		—	42

SECONDE EXPÉRIENCE.

L'ON a suspendu horizontalement une aiguille aimantée de deux pouces de longueur par son centre: libre & sollicitée seulement par la force magnétique du globe de la

Terre, elle faisoit 34 oscillations en 60 secondes. L'on s'est encore servi du même fil aimanté de l'expérience qui précède, qui avoit 25 pouces de longueur; mais, au lieu de le placer horizontalement & perpendiculairement au méridien magnétique, comme tout-à-l'heure, on l'a placé verticalement dans ce méridien à 2 pouces de distance de l'extrémité de l'aiguille suspendue. Le pôle sud du fil vertical, répondant au pôle nord de l'aiguille, & ensuite en la faisant baisser verticalement, toujours à la distance de 2 pouces de l'extrémité de l'aiguille, l'on a compté le nombre d'oscillations que faisoit l'aiguille dans 60 secondes, suivant que l'extrémité du fil d'acier étoit plus ou moins baissée au-dessous du niveau de l'aiguille: voici le résultat de cette expérience.

1. ^{re} Essai.	L'extrémité du fil au niveau		
	de l'aiguille.....	120 oscillations en....	60".
2. ^{me} Essai.	L'extrémité baissée de 6 ^{lignes}	122.....	60".
3. ^{me} Essai.....	1 pouce	122.....	60".
4. ^{me} Essai.....	2...	115.....	60".
5. ^{me} Essai.....	3...	112.....	60".
6. ^{me} Essai.....	4...	98.....	60".
7. ^{me} Essai.....	8...	39.....	60".

TROISIÈME EXPÉRIENCE.

L'ON a suspendu une aiguille de 4 lignes de longueur à la place de la première; le fil d'acier a été placé à 3 pouces de l'extrémité de cette aiguille, verticalement, comme dans l'expérience qui précède, dont on a suivi tous les procédés. L'aiguille libre n'étant sollicitée que par la force magnétique de la Terre, fait 53 oscillations en 60".

1. ^{re} Essai.	L'extrémité du fil d'acier au niveau		
	de l'aiguille.....	fait 152 oscillations en.....	60".
2. ^{me} Essai.	En dessous de... 1 pouce	152.....	60".
3. ^{me} Essai.....	2...	148.....	60".
4. ^{me} Essai.....	4...	120.....	60".
5. ^{me} Essai.....	8...	58.....	60".

Explication & résultat de ces trois Expériences.

Les trois expériences qui précèdent, prouvent que le centre d'action de chaque moitié de notre fil est placé à très-peu de distance de l'extrémité de ce fil; en sorte que dans notre fil d'acier de 25 pouces de longueur, l'on peut, sans erreur sensible, supposer tout le fluide magnétique condensé vers l'extrémité de ce fil, sur 2 ou 3 pouces de longueur. En effet, dans la première expérience, le fil d'acier est placé horizontalement & perpendiculairement à la direction du méridien magnétique où se trouve l'aiguille suspendue; cette aiguille est sollicitée par deux forces, la force magnétique du globe de la Terre, qui la retient dans le méridien, & la force magnétique des différens points du fil d'acier aimanté; mais puisque dans notre première expérience, l'aiguille se trouve, à tous les essais, placée sur son méridien magnétique, il en résulte que toutes les forces magnétiques du fil d'acier de 25 pouces de longueur, agissant sur l'aiguille, sont en équilibre entre elles: ainsi, dans les trois premiers essais, où les distances sont 1, 2 & 4 pouces, les forces magnétiques des huit à dix dernières lignes de l'extrémité de l'aiguille, qui dépassent le méridien, sont en équilibre avec les forces de tout le reste de l'aiguille; en sorte qu'il paroît que l'on peut à peu-près supposer que la moitié du fluide magnétique, dont la moitié de l'aiguille est chargée, est concentrée vers les dix dernières lignes de son extrémité.

Les seconde & troisième expériences donnent le même résultat. Dans ces deux expériences, le fil d'acier est placé verticalement dans le méridien magnétique de l'aiguille, par conséquent, l'action de la partie supérieure du fil étant très-oblique à l'aiguille suspendue, & agissant d'ailleurs à une grande distance, ne doit que peu influencer sur les oscillations de l'aiguille; mais l'on voit dans ces deux expériences, que le plus grand nombre des oscillations de l'aiguille suspendue avoit lieu lorsque l'extrémité du fil étoit

Étoit baissée d'un peu moins d'un pouce au-dessous du niveau de l'aiguille suspendue: ainsi la force moyenne de la moitié inférieure du fil d'acier, avoit la résultante à 8 ou 10 lignes au-dessus de son extrémité, comme nous venons de le trouver par la première expérience, d'où il résulte que dans le fil d'acier de 25 pouces de longueur que nous avons employé, & qui avoit été aimanté par la méthode de la double touche, l'on peut, sans erreur sensible, supposer que le fluide magnétique est concentré à 10 lignes de son extrémité. Ce premier résultat étoit nécessaire avant de chercher à déterminer la loi suivant laquelle l'attraction & la répulsion ont lieu relativement à la distance: l'on verra dans un autre Mémoire, que la concentration du fluide magnétique vers l'extrémité des aiguilles aimantées par la méthode de la double touche, est une suite nécessaire de cette manière d'aimanter.

Le Fluide magnétique agit par attraction ou répulsion, suivant la raison composée directe de la densité du fluide, & la raison inverse du carré des distances de ses molécules.

LA première partie de cette proposition n'a pas besoin d'être prouvée; venons à la seconde.

Nous venons de voir que le fluide magnétique de notre fil d'acier de 25 pouces de long, étoit concentré aux extrémités, sur une longueur de 2 ou 3 pouces; que le centre d'action de chaque moitié de cette aiguille étoit à peu-près à 10 lignes de ses extrémités: ainsi, en éloignant de quelques pouces notre fil d'acier d'une aiguille très-courte, & dans laquelle, comme nous le verrons dans la suite, le fluide magnétique peut être supposé concentré à 1 ou 2 lignes des extrémités, l'on peut calculer l'action réciproque du fil sur l'aiguille & de l'aiguille sur le fil, en supposant le fluide magnétique dans le fil d'acier, réuni

à 10 lignes des extrémités, & dans une aiguille d'un pouce de longueur à 1 ou 2 lignes des extrémités. Ces réflexions nous ont dirigé dans l'expérience qui va suivre.

QUATRIÈME EXPÉRIENCE.

L'ON a suspendu un fil d'acier pesant 70 grains, d'un pouce de longueur, aimanté par la méthode de la double touche, à un fil de soie de 3 lignes de longueur, formé d'un seul brin, tel qu'il sort du cocon; on l'a laissé s'arrêter sur le méridien magnétique; l'on a placé ensuite verticalement dans ce méridien, à différentes distances, le fil d'acier de 25 pouces de longueur, de manière que son extrémité fût toujours de 10 lignes au-dessous du niveau de l'aiguille suspendue: à chaque essai, l'on changeoit la distance, & en faisant osciller l'aiguille suspendue, on comptoit le nombre d'oscillations qu'elle faisoit dans un même nombre de secondes. Il a résulté de ces expériences :

- 1.^{er} Essai. L'aiguille libre, oscille en vertu de l'action du globe de la Terre, à raison de... 15 oscillations en..... 60".
- 2.^{me} Essai. Le fil placé à 4 pouces du milieu de l'aiguille..... 41..... 60".
- 3.^{me} Essai. Le fil placé à 8 pouces du milieu de l'aiguille..... 24..... 60".
- 4.^{me} Essai. Le fil placé à 16 pouces du milieu de l'aiguille..... 17..... 60".

Explication & résultat de cette Expérience.

LORSQU'UN pendule est suspendu librement, & sollicité par des forces placées dans une direction donnée, qui le font osciller, les forces sont mesurées par la raison inverse du carré du temps d'un même nombre d'oscillations, ou, ce qui revient au même, par la raison directe du carré du nombre d'oscillations faites dans un même temps.

Mais, dans l'expérience qui précède, l'aiguille oscille

en vertu de deux puissances différentes; l'une est la force magnétique de la Terre, l'autre est l'action de tous les points du fil sur les points de l'aiguille. Dans notre expérience, toutes les forces sont dans le plan du méridien magnétique, & l'aiguille étant suspendue horizontalement, la véritable force qui la fait osciller, dépend de la partie de toutes ces forces, décomposée suivant une direction horizontale.

Mais nous avons vu, dans les trois expériences qui précèdent, que le fluide magnétique étant concentré aux extrémités de notre fil, peut être supposé réuni à 10 lignes de l'extrémité de ce fil; & comme l'aiguille suspendue a un pouce de longueur, que l'extrémité boréale est attirée à une distance de 3 pouces & demi, & que l'extrémité australe est repoussée par le pôle inférieur de l'aiguille, dont la distance est de $4\frac{1}{2}$ pouces; l'on peut supposer, sans erreur sensible, que la distance moyenne à laquelle le pôle inférieur du fil d'acier exerce son action sur les deux pôles de l'aiguille, est de 4 pouces. Conséquemment, si l'action du fluide magnétique étoit comme la raison inverse du carré des distances, l'action du pôle inférieur du fil d'acier sur l'aiguille, seroit proportionnelle à $\frac{1}{4^2}$, $\frac{1}{8^2}$, $\frac{1}{16^2}$; ou à 1, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{16}$.

Mais, puisque les forces horizontales qui font osciller l'aiguille, sont proportionnelles au carré du nombre d'oscillations faites dans un même temps, & qu'en vertu de la seule force magnétique du globe de la Terre, l'aiguille libre fait 15 oscillations en 60", cette dernière force sera mesurée par le carré de ces 15 oscillations ou par 15². Dans le deuxième essai, les forces réunies du globe de la Terre & du fil d'acier, font faire à l'aiguille 41 oscillations en 60"; ainsi ces deux forces réunies sont mesurées par 41², & la force seule dûe à l'action du fil d'acier aimanté, est par conséquent mesurée par la différence de ces deux carrés; ainsi elle est proportionnelle

à $\frac{1}{41}^2 - \frac{1}{15}^2$. Nous aurons, donc pour l'action du fil sur l'aiguille :

<i>Distance.</i>	<i>Force dépendante de l'action aimantaire du fil d'acier.</i>
<i>Pour le 2.^{me} Essai... à 4^{pouces}.....</i>	$= \frac{1}{41}^2 - \frac{1}{15}^2 = 1456.$
<i>3.^{me} Essai.... 8^{pouces}.....</i>	$\frac{1}{24}^2 - \frac{1}{15}^2 = 351.$
<i>4.^{me} Essai.... 16^{pouces}.....</i>	$\frac{1}{17}^2 - \frac{1}{15}^2 = 64.$

Les deuxième & troisième essais, où les distances sont comme 1 : 2, donnent très-approchant, pour les forces, la raison inverse du carré des distances. Le quatrième essai donne un nombre un peu trop petit; mais il faut remarquer que, dans ce quatrième essai, la distance du pôle inférieur du fil d'acier au centre de l'aiguille, est de 16 pouces; & que la distance du pôle supérieur au centre de cette même aiguille, est à peu-près $\sqrt{(16^2 + 23^2)}$: ainsi l'action du pôle inférieur étant représentée par

$$\frac{1}{(16)^2}, \text{ l'action horizontale du pôle supérieur, sera } \frac{16}{(16^2 + 23^2)^{\frac{1}{2}}};$$

en sorte que l'action du pôle inférieur est à celle du pôle supérieur, à peu-près :: 100 : 19; d'où il résulte que les oscillations de l'aiguille étant produites par l'action de ces deux pôles, & celle du pôle supérieur agissant dans un sens opposé à celle du pôle inférieur, le carré des oscillations que produiroit l'action seule du pôle inférieur du fil aimanté, est diminué de $\frac{19}{100}$, par l'action opposée

de la partie supérieure du même fil; ainsi, pour avoir l'action seule de la partie inférieure du fil, il faut, en supposant x , la véritable valeur de cette force, faire

$$(x - \frac{19}{100}x) = 64, \text{ d'où } x = 79. \text{ Substituons dans le}$$

résultat du quatrième essai, cette quantité, nous trouverons :

2. ^{me} Essai.	Pour 4 ^{pouces} de distance, la force.....	1456.
3. ^{me} Essai.	Pour 8 ^{pouces} de distance,	331.
4. ^{me} Essai.	Pour 16 ^{pouces} de distance,	79.

Et ces forces sont très-approchant comme les nombres 16, 4, 1, ou comme la raison inverse du carré des distances.

J'ai répété plusieurs fois cette expérience, en suspendant des aiguilles de deux & trois pouces de longueur, & j'ai toujours trouvé qu'en faisant les corrections nécessaires que je viens d'expliquer, l'action, soit répulsive, soit attractive du fluide magnétique, étoit comme l'inverse du carré des distances.

Première Remarque.

L'ON a pu s'apercevoir, dans le courant de cette expérience, que nous supposons que notre fil étant aimanté par la méthode de la double touche; si l'on présente alternativement à une même distance, son pôle boréal & son pôle austral, à l'extrémité d'une aiguille aimantée par la méthode de la double touche, le pôle boréal du fil aimanté attirera le pôle austral de l'aiguille, exactement avec la même force que le pôle austral de ce fil repoussera le pôle austral de l'aiguille, & *vice versa* pour le pôle boréal de l'aiguille. Cette propriété qui, comme nous le verrons dans la suite, est une conséquence nécessaire de la théorie du magnétisme, sera d'ailleurs prouvée par l'expérience, en se servant de la balance magnétique, dont nous allons tout-à-l'heure donner la description & les usages.

Deuxième Remarque.

LA loi de la raison inverse du carré des distances, étant une fois donnée, il seroit facile de déterminer par le calcul, si, dans la première expérience, où le fil aimanté est placé horizontalement, & perpendiculairement

au méridien magnétique, & où l'on trouve, dans le dernier essai, qu'il faut éloigner à peu-près de 42 lignes, l'extrémité du fil du méridien de l'aiguille, le calcul donneroit, pour la direction de la résultante de toutes les actions de chaque moitié de ce fil, une ligne qui passeroit à neuf ou dix lignes de l'extrémité de ce fil. Nous allons présenter le calcul qui déterminera cette direction, d'après le dernier essai de la première expérience, où l'aiguille a trois pouces de longueur, & où le fil d'acier aimanté ayant 25 pouces de longueur, est placé horizontalement & perpendiculairement au méridien magnétique, à 16 pouces de distance de l'extrémité de l'aiguille.

Soit dans la *figure 3*, x , le point où passe cette résultante, pour le pôle qui est placé le plus près de la ligne méridienne de l'aiguille; x' , le point où l'on suppose à l'autre extrémité de ce fil, tout le fluide magnétique concentré: quant au fluide magnétique de l'aiguille suspendue, quoique son centre d'action soit à deux ou trois lignes de ses extrémités, l'on peut le supposer à ses extrémités, parce que chaque pôle du fil agit sur les deux pôles de cette aiguille; & que si, par cette supposition, l'on fait le pôle n de l'aiguille, trop près de deux ou trois lignes du pôle s du fil d'acier, l'on fait en même temps, le pôle a de l'aiguille, trop éloigné du pôle s de la même quantité; ainsi l'erreur de la supposition se trouve à peu-près compensée.

Mais nous trouvons par l'expérience, que la distance de l'extrémité du fil à la ligne méridienne de l'aiguille, est dans le dernier essai de $3\frac{1}{2}$ pouces. Ainsi en faisant $x = sx = Nx$, distance de l'extrémité du fil au centre d'action, nous aurons les formules suivantes, pour la force que les centres d'actions du fil exercent sur chaque extrémité de l'aiguille, dans une direction perpendiculaire à l'aiguille.

$$\text{Action du Pôle } S \text{ sur le Pôle } n \dots \frac{3\frac{1}{2} + x}{[(16)^2 + (3\frac{1}{2} + x)^2]^{\frac{3}{2}}}.$$

$$\text{Action du Pôle } S \text{ sur le Pôle } a \dots \frac{3\frac{1}{2} + x}{[(19)^2 + (3\frac{1}{2} + x)^2]^{\frac{1}{2}}}.$$

$$\text{Action du Pôle } N \text{ sur le Pôle } n \dots \frac{(28\frac{1}{2} - x)}{[(16)^2 + (28\frac{1}{2} - x)^2]^{\frac{1}{2}}}.$$

$$\text{Action du Pôle } N \text{ sur le Pôle } a \dots \frac{28\frac{1}{2} - x}{[(19)^2 + (28\frac{1}{2} - x)^2]^{\frac{1}{2}}}.$$

Mais, comme dans cette expérience, l'aiguille d'acier est placée sur son méridien magnétique, & que chacune des forces qui précèdent, agit perpendiculairement à cette aiguille avec le même bras de levier, pour la faire tourner autour de son point de suspension, il en résulte que toutes ces forces sont en équilibre entr'elles; d'où l'on tire l'équation :

$$\frac{3\frac{1}{2} + x}{[(16)^2 + (3\frac{1}{2} + x)^2]^{\frac{1}{2}}} + \frac{3\frac{1}{2} + x}{[19^2 + (3\frac{1}{2} + x)^2]^{\frac{1}{2}}} \\ = \frac{28\frac{1}{2} - x}{[16^2 + (28\frac{1}{2} - x)^2]^{\frac{1}{2}}} + \frac{28\frac{1}{2} - x}{[19^2 + (28\frac{1}{2} - x)^2]^{\frac{1}{2}}}.$$

Mais, comme nous avons déjà vu que x doit être moindre qu'un pouce, nous pouvons, pour première approximation, le négliger dans le dénominateur de notre équation, dont les nombres sont très-considérables, relativement à x , ou faire x égal à $\frac{1}{2}$ pouce, qui approche davantage de la véritable valeur.

Ainsi, il résultera du calcul de la formule, pour la valeur $3x = x = \frac{56}{75}$ pouces, à peu-près 9 lignes, comme dans les deux premiers essais.

Par un calcul semblable, l'on trouvera que, lorsque l'extrémité du fil d'acier étoit éloignée de 8 pouces de l'extrémité de l'aiguille suspendue, la distance du point x au méridien, étoit à peu-près de $12\frac{1}{2}$ lignes; mais comme l'expérience donne pour lors 4 lignes de distance du méridien à l'extrémité de l'aiguille, il en résulte que, dans

cet essai, il faut retrancher 4 lignes pour avoir la distance du centre d'action à l'extrémité de l'aiguille. Ainsi le calcul donne encore ici $8 \frac{1}{2}$ lignes pour la distance du centre d'action aux extrémités de l'aiguille.

Dans le troisième essai, où la distance de l'extrémité de l'aiguille au fil d'acier est de 4 pouces, le calcul donnera à peu-près 2 lignes pour la distance, depuis le centre d'action jusqu'à la méridienne : mais nous trouvons par l'expérience que, dans cet essai, l'extrémité du fil dépassoit le méridien, de 8 lignes; ainsi, dans cet essai, le calcul donne le centre d'action des extrémités du fil d'acier, à 10 lignes de ses extrémités.

Ainsi, il résulte de l'expérience & du calcul, que toutes les fois que des fils d'acier, de 25 pouces de longueur, agissent l'un sur l'autre, l'on peut supposer les centres d'actions, ou ce qui revient au même, tout le fluide magnétique réuni à 9 ou 10 lignes des extrémités de ces fils, & calculer, d'après cette supposition : dans les aiguilles très-courtes, le centre d'action est plus proche des extrémités; nous aurons lieu dans la suite de déterminer la loi de cette diminution, relative à la longueur des aiguilles, lorsque nous donnerons la manière la plus avantageuse d'aimanter les aiguilles, & de former des aimants artificiels.

Nous déterminerons en même temps la courbe qui, dans un fil d'acier aimanté, représente la densité du fluide magnétique depuis son extrémité jusqu'à son milieu où est placé son centre aimantaire; mais il est aisé de prévoir d'avance, d'après les expériences qui précèdent, que le lieu géométrique de cette densité, ne peut pas être une ligne droite, comme l'ont cru quelques auteurs.

Deuxième méthode de déterminer la loi d'attraction & de répulsion du fluide magnétique.

APRÈS avoir trouvé par les expériences qui précèdent, que dans une aiguille de 25 pouces de longueur, & à plus

plus forte raison, dans des aiguilles plus courtes, le fluide magnétique peut être supposé concentré dans les deux ou trois derniers pouces, vers leurs extrémités, & que, dans les aiguilles de 20 à 25 pouces, le centre d'action peut être supposé à 9 ou 10 lignes de chaque extrémité; il a été facile de construire une balance magnétique, d'après les mêmes principes qui m'ont servi pour construire la balance électrique, que j'ai décrite dans mon premier Mémoire. Mais je dois observer, que la forme & les détails des mesures de la balance magnétique que je vais donner, peuvent & doivent être changés à mesure que la pratique le prescrira. Je n'ai cherché, dans ce premier essai, qu'à donner à cette balance une forme simple, peu coûteuse, & qui fut cependant à peu-près suffisante pour les expériences que j'avois dessein de faire.

Description de la balance magnétique.

J'ai fait faire, *figure 4*, une boîte carrée, de 3 pieds de côté, & 18 pouces de hauteur; les planches ne sont fixées entr'elles, qu'avec des tenons, des mortaises & des chevilles de bois. À neuf pouces au-dessus du fond, est placé un cercle horizontal, de bois bien sec, ou de cuivre rouge, de 2 pieds 10 pouces de diamètre, divisé à l'ordinaire en 360 degrés. Sur cette boîte, est placée une traverse *AB* qui porte à son milieu une tige creuse *id*, de 30 pouces de longueur, terminée en *d*, par un micromètre de torsion, semblable à celui que nous avons décrit pour la balance électrique. La pince de ce micromètre saisit l'extrémité d'un fil de cuivre jaune, numéroté 12 dans le commerce, dont les six pieds pèsent 5 grains, & dont nous avons déterminé la force, dans le Mémoire sur les forces de torsion des fils de métal, imprimé dans le volume de l'Académie pour 1784. La partie inférieure de ce fil est prise par une double pince, ayant la figure d'un porte-crayon, représenté *figure 5*; cette double

Mém. 1785.

G g g g

pince est fendue, comme l'indique la figure, dans presque toute sa longueur, pour former pince à ses deux extrémités, qui s'ouvrent & se ferment au moyen de deux coulans. L'extrémité inférieure saisit un anneau de plomb ou de cuivre; cet anneau est destiné à porter l'aiguille d'acier aimantée, que l'on veut mettre en expérience.

Avant de commencer les expériences avec cette balance, il faut que, lorsque la torsion est nulle, l'aiguille aimantée se place naturellement sur son méridien magnétique; c'est ce qu'il est facile d'obtenir, en plaçant d'abord dans l'anneau suspendu au porte-crayon, un fil de cuivre rouge, des mêmes dimensions que le fil d'acier aimanté, que l'on compte soumettre à l'expérience; laissant ensuite l'index du micromètre fixement sur la première division de ce micromètre, l'on fait tourner tout le micromètre, (dont le tuyau, comme on l'a vu pour la balance électrique, peut glisser & tourner dans celui qui forme la tige *id*, *fig. 4*), jusqu'à ce que l'aiguille de cuivre s'arrête naturellement sur la direction du méridien magnétique, que l'on a tracée d'avance.

La boîte doit être placée sur ce méridien magnétique, de manière que la direction de ce méridien réponde aux divisions 0,180 du cercle horizontal, que nous avons dit être élevé dans la boîte, à 9 pouces au-dessus de son fond.

Après cette préparation, l'on substitue l'aiguille d'acier aimantée à l'aiguille de cuivre, & l'on est en état de commencer les opérations.

Nous ne donnerons ici que les expériences & les résultats qui nous sont absolument nécessaires pour déterminer la loi suivant laquelle le fluide magnétique agit, lorsque les molécules aimantaires sont placées à différentes distances l'une de l'autre.

PREMIER RÉSULTAT. La force résultante de toutes les forces aimantaires que le globe de la Terre exerce sur chaque point d'une aiguille aimantée, est une quantité constante, dont la direction, parallèle au méridien magnétique, passe toujours par le même point de l'aiguille, dans quelque situation que cette aiguille soit placée par rapport à ce méridien.

J'avois déjà tâché de prouver ce principe dans un Mémoire sur les aiguilles aimantées, imprimé dans le *septième volume des Savans étrangers*; mais les expériences que j'ai rapportées pour lors, pourroient être sujettes à quelques contestations; celle qui va suivre est directe, & me paroît décisive.

EXPÉRIENCE.

J'ai suspendu horizontalement dans la balance, un fil d'acier aimanté, ayant 22 pouces de longueur, & $1\frac{1}{4}$ ligne de diamètre. D'après la disposition de notre balance, cette aiguille s'est placée dans sa direction magnétique, son extrémité nord répondant au point 0 du grand cercle de 2 pieds 10 pouces de diamètre; la torsion du fil étant nulle, & l'index du micromètre étant sur le point 0, ou sur la première division de ce micromètre.

Au moyen du bouton qui porte l'index du micromètre, l'on a tordu le fil de cuivre de suspension de différens angles, ce qui a forcé l'aiguille de s'éloigner de son méridien magnétique: à chaque opération, l'on a observé l'angle dont elle étoit éloignée de ce méridien, & la force de torsion qu'il falloit employer pour produire cet angle, & l'on a eu les résultats suivans.

	Le fil de suspension tordu de.....	1 cercle = 360,	L'aiguille s'est arrêtée à... 10 $\frac{1}{2}$ de son Méridien.
1. ^{re} Essai.		1	
2. ^{me} Essai.....	2.....		21 $\frac{1}{4}$.
3. ^{me} Essai.....	3.....		33.
4. ^{me} Essai.....	4.....		46.
5. ^{me} Essai.....	5.....		63 $\frac{1}{2}$.
6. ^{me} Essai.....	5 $\frac{1}{2}$		85.
G g g g ij			

Résultat & explication de cette expérience.

Notre aiguille aimantée est ici suspendue par un fil de cuivre, numéroté 12 dans le commerce; nous avons vu, dans un Mémoire imprimé dans le *volume de 1784*, que, pour un même fil de suspension, la force de torsion est proportionnelle à l'angle de torsion; ainsi, dans le premier essai, la force de torsion est 1 cercle — $10\frac{1}{2}$ degrés; dans le deuxième essai, elle est 2 cercles — $21\frac{1}{4}$ degrés. Si nous comparons, d'après cette expérience, la force de torsion, avec l'angle dont l'aiguille s'éloigne de son méridien, à chaque essai, nous trouverons très-exactement, que le sinus de l'angle formé par le méridien magnétique, & la direction de l'aiguille dans les essais successifs, sont proportionnels à l'angle de torsion; d'où il suit, comme nous l'avons vu, dans le *septième volume des Savans étrangers*, que la force résultante de l'action magnétique du globe de la Terre, est une force constante dirigée parallèlement au méridien magnétique, & passant toujours à égale distance de l'extrémité de l'aiguille, dans quelque position que cette aiguille soit placée, relativement à son méridien: voici le calcul comparé à l'expérience.

Soit A , l'angle de torsion d'un essai quelconque, qui doit servir de terme de comparaison.

B , l'angle dont l'aiguille s'éloigne de son méridien à cet essai.

A' , l'angle de torsion trouvé dans un autre essai.

B' , l'angle dont l'aiguille s'éloigne de son méridien à cet essai; nous aurons généralement, d'après la théorie $A : A' :: \sin. B : \sin. B'$.

D'où $\log. A' = \log. A + \log. \sin. B' - \log. \sin. B$. Prenons le deuxième essai pour terme de comparaison; en corrigeant l'angle de torsion, de l'angle dont l'aiguille s'éloigne de son méridien, cet angle sera 699 degrés, & son logarithme sera.....2,8444. l'angle B étant de $21^d 15'$, $\log. \sin. B$ sera.....9,5592.

En comparant ces deux quantités, d'après la formule, avec l'angle dont l'aiguille est éloignée de son méridien dans les autres essais, nous trouverons que,

Les 2. ^{me} & 3. ^{me} Essais comparés par la théorie, donnent	
pour la force de torsion du 3. ^{me} Essai.....	1052 ^d .
L'expérience donne pour la force de torsion du 3. ^{me} Essai.	1047 ^d .
<hr/>	
Différence.....	5.
Erreur de l'expérience.....	— $\frac{1}{210}$.
Les 2. ^{me} & 4. ^{me} Essais comparés, donnent, par la théorie,	
pour la force de torsion.....	1388 ^d .
L'expérience donne pour la force de torsion du 3. ^{me} Essai.	1394 ^d .
<hr/>	
Différence.....	6 ^d .
Erreur de l'expérience.....	+ $\frac{1}{232}$.
Les 2. ^{me} & 5. ^{me} Essais comparés, donnent, par la théorie,	
pour la force de torsion.....	1726 ^d .
L'expérience donne au 5. ^{me} Essai, pour la force de torsion,	1736 $\frac{1}{2}$.
<hr/>	
Différence.....	10 $\frac{1}{2}$.
Erreur de l'expérience.....	+ $\frac{1}{169}$.
Les 2. ^{me} & 6. ^{me} Essais comparés, donnent, par la théorie,	
pour la force de torsion.....	1921 ^d .
L'expérience donne au 5. ^{me} Essai.....	1895 ^d .
<hr/>	
Différence.....	26 ^d .
Erreur de l'expérience.....	— $\frac{1}{75}$.

L'on trouve donc le plus grand accord entre la théorie & l'expérience, ce qui prouve en même temps, la vérité de la théorie & l'exactitude de la méthode; exactitude que l'on ne peut attribuer qu'à la simplicité du moyen, car la boîte & toutes les parties qui forment la balance avoient été exécutées sans beaucoup de soin.

Première Remarque.

Cette propriété établie d'une manière qui me paroît incontestable, il sera facile, au moyen de notre balance,

de comparer tout de suite & sans calcul, la force de différentes aiguilles aimantées, soit entr'elles, soit avec le *momentum* d'un poids qui agiroit à l'extrémité d'un levier donné.

Il ne s'agit pour cette opération, que de suspendre horizontalement l'une après l'autre, dans notre balance, les différentes aiguilles que l'on voudra comparer, de manière qu'elles se placent librement sur le méridien magnétique, lorsque la torsion du fil de suspension est nulle; l'on tordra ensuite le fil de suspension au moyen du micromètre, de manière que les aiguilles suspendues, forment dans tous les essais, un même angle avec le méridien magnétique, & l'on conclura de cette expérience, que, puisque l'angle formé avec le méridien magnétique est constant, le *momentum* de la force avec laquelle chaque aiguille est ramenée à son méridien par l'action magnétique de la Terre, est proportionnel à l'angle de torsion qu'aura donné l'expérience.

Nous aurons lieu, dans un autre Mémoire, de revenir en détail sur cet objet, ainsi que sur beaucoup d'autres, relatifs au magnétisme.

USAGE de la balance magnétique, pour déterminer la loi suivant laquelle les parties aimantaires agissent l'une sur l'autre à différentes distances.

L'on a aimanté un fil de bon acier, tiré à la filière, de 24 pouces de longueur, & $1\frac{1}{2}$ ligne de diamètre, on l'a suspendu horizontalement dans notre balance magnétique; l'on a cherché d'abord, avec quelle force le magnétisme de la Terre ramenoit cette aiguille à son méridien, & l'on a trouvé qu'en tordant le fil de suspension de deux cercles moins 20 degrés, l'aiguille s'arrêtoit à 20 degrés de son méridien magnétique, en sorte que pour les angles de 20 à 24 degrés & au-dessous, les sinus étant à peu-près proportionnels aux arcs, il falloit pouréloigner l'aiguille

d'un degré de son méridien magnétique, une force de torsion très-approchante de 35 degrés.

L'on a placé ensuite un autre fil aimanté des mêmes dimensions, verticalement dans le méridien magnétique, à 11 pouces 2 lignes du centre de suspension de la première aiguille, en baissant l'extrémité de ce fil, à peu-près d'un pouce au-dessous du niveau de l'aiguille suspendue horizontalement; en sorte que, si les deux aiguilles, l'une suspendue horizontalement, l'autre placée fixement verticalement dans le méridien de la première, s'étoient touchées, elles se seroient rencontrées à 1 pouce de leurs extrémités; mais comme c'étoit les pôles nord, ou du même nom de chaque aiguille, qui étoient opposés, elles se sont chassées mutuellement, & l'aiguille horizontale, suspendue dans la balance, a été repoussée de la direction de son méridien, & ne s'est arrêtée que lorsque la force de répulsion des pôles opposés, a été en équilibre avec la force directrice du globe de la Terre. Voici le résultat des différens essais.

EXPÉRIENCE.

Premier Essai. L'aiguille suspendue horizontalement sans tordre le fil de suspension, a été chassée, & s'est arrêtée à 24 degrés de son méridien magnétique.

Deuxième Essai. Ayant tordu de trois cercles, l'aiguille s'est arrêtée à 17 degrés de son méridien magnétique.

Troisième Essai. Ayant tordu de huit cercles, l'aiguille s'est arrêtée à 12 degrés de son méridien magnétique.

Explication & résultat de cette expérience.

Nous avons dit que l'aiguille libre & uniquement sollicitée par l'action magnétique du globe de la Terre, étoit retenue à 20 degrés de son méridien par une force de torsion de deux cercles moins 20 degrés; ainsi, lorsque l'aiguille formoit un angle de 20 degrés avec son méridien magnétique, la force qui la rappeloit vers ce méridien

étoit de 700^d ; & par conséquent, comme dans le premier essai elle s'arrêtoit à 24^d de son méridien, elle y étoit ramenée avec une force de 849^d ; mais, comme par la répulsion des aiguilles, le fil de suspension étoit tordu de 24^d , la répulsion totale étoit de 864 .

Dans le 2.^{me} *Essai*, l'aiguille s'arrêtoit à 17^d de son méridien magnétique; ainsi, elle étoit ramenée à ce méridien par l'action aimantaire de la Terre, avec une force de 595^d . Mais la torsion qui la retenoit à cette distance étoit 3 cercles $+ 17^d$. Ainsi, comme cette force de torsion agissoit dans le même sens que la force aimantaire de la Terre, l'action des deux pôles de l'aiguille étoit mesurée par... 1692^d .

Dans le 3.^{me} *Essai*, l'aiguille n'est qu'à 12^d de son méridien magnétique. Ainsi, l'action du globe de la Terre n'est mesurée que par une force de 420^d . Mais nous trouvons dans cet essai, que pour ramener l'aiguille à cette distance de 12^d il avoit fallu tordre le fil de suspension de 8 cercles $+ 12^d$, $= 2890^d$. Ainsi, la force répulsive des deux aiguilles placées à 12^d de distance est mesurée dans ce dernier essai, par une torsion de $2892 + 420 = 3312^d$. Ainsi, dans nos expériences, où les distances sont 24, 17, 12, la raison inverse du carré des distances est mesurée par les nombres $\frac{1}{576}$, $\frac{1}{289}$, $\frac{1}{144}$, qui est très-approchant, comme $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1. Mais les expériences donnent pour les forces répulsives correspondantes 864, 1692, 3312, qui sont aussi très-approchant, comme les nombres $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1. Ainsi, en supposant, comme nous avons vu plus haut, qu'il étoit permis de le faire, tout le fluide magnétique concentré à 10 lig. de l'extrémité de nos aiguilles de 24 pouces de longueur, il en résulte que l'action répulsive du fluide magnétique est en raison inverse du carré des distances.

Nous avons pu négliger dans cette opération, l'action des autres pôles des aiguilles; car, puisque l'action est en raison inverse du carré des distances, que les aiguilles ont deux pieds de longueur, ces autres pôles se trouvant toujours à une distance au moins quatre fois plus grande que
les

les premiers, & agissant d'ailleurs très-obliquement à la longueur des aiguilles, leur action ne peut pas altérer d'une manière bien sensible notre résultat. Mais s'il y avoit moins de différence entre la distance des différens pôles de l'aiguille que dans l'expérience qui précède, il faudroit, dans le calcul, avoir égard à l'action réciproque de tous les pôles, & à la longueur du levier sur lequel chacune de ces actions s'exerce. Ce calcul n'auroit pas plus de difficulté que celui que nous avons fait plus haut pour déterminer le centre d'action des extrémités des aiguilles, ou le point, vers ces extrémités, dans lequel il est permis de supposer le fluide magnétique concentré.

L'on peut encore, au moyen de la balance magnétique que nous venons de décrire, prouver d'une manière incontestable, que le fluide magnétique dans les fils d'acier aimantés par la méthode de la double touche, est concentré vers les extrémités de ces fils.

Voici le précis de l'opération qui mène à ce résultat. Ayant placé dans le méridien magnétique de notre balance, une règle verticale de deux lignes d'épaisseur, répondant à l'extrémité de l'aiguille suspendue, l'on fait glisser verticalement, le long de cette règle, le fil d'acier aimanté, de manière que les pôles du même nom se répondent, la règle étant entre-deux. Comme les deux extrémités, ou les deux pôles des fils d'acier & de l'aiguille, se chassent, l'on tord, au moyen du micromètre, le fil de suspension, jusqu'à ce que l'on ait ramené l'aiguille horizontale en contact avec la règle, en sorte qu'il ne reste que l'épaisseur de la règle, ou deux lignes de distance entre les points les plus rapprochés des deux aiguilles; mais comme le fil d'acier que nous plaçons derrière la règle est vertical, tous les points des deux aiguilles qui se trouvent à quatre ou cinq lignes de distance du recroisement, n'ont l'une sur l'autre pour se chasser mutuellement, qu'une force très-foible, à cause de leur distance & de l'obliquité de leur action; en sorte que la force de torsion qu'il faut

Mém. 1785.

H h h h

employer pour tenir l'aiguille suspendue horizontalement en contact de la règle, est proportionnelle à la densité des deux ou trois lignes de longueur du fluide aimantaire qui avoisinent les points des deux aiguilles, qui ne sont qu'à deux lignes de distance l'un de l'autre. Ainsi, en faisant glisser verticalement notre fil d'acier le long de la règle, nous présenterons à cette petite distance de deux lignes de l'aiguille, tous les points de ce fil, & la force de torsion de la suspension pour tenir l'aiguille suspendue horizontalement en contact avec la règle, sera proportionnelle à la densité du fluide magnétique du point du fil vertical, qui, dans chaque état, se trouvera à deux lignes de distance de l'aiguille. Si l'on tente cette expérience, l'on trouvera que s'il faut une torsion de huit cercles lorsque le point de recoupement est à deux lignes de l'extrémité du fil, il ne faut que deux ou trois cercles de torsion à un pouce, & tout au plus un demi-cercle de torsion à deux pouces; & que lorsque le fil d'acier vertical a son extrémité baissée de trois pouces au-dessous de l'extrémité de l'aiguille suspendue horizontalement, la répulsion est presque nulle. L'on trouvera la même chose pour l'attraction des pôles du même nom; mais il faut avertir que pour compter sur le résultat d'une pareille expérience, il ne faut employer que des aiguilles fortement trempées & d'excellent acier, & ne pas leur donner un trop fort degré de magnétisme; autrement, comme dans cette opération le point de recroisement des deux aiguilles n'a que deux lignes de distance, si la force du fluide magnétique est telle que le fluide puisse se déplacer dans les parties des aiguilles qui s'avoisinent, les résultats ne seront plus comparables. L'on verra, dans un autre Mémoire, que la force coercitive, qui empêche le fluide magnétique une fois concentré par l'opération de la double touche, de se déplacer, est une quantité constante, qui varie suivant la nature & la trempe de l'acier; mais que, lorsqu'un point d'une aiguille est aimanté à satu-

ration, cette force coërcitive, que l'on peut comparer au frottement dans la mécanique, fait équilibre avec la résultante de toutes les forces, soit répulsives, soit attractives de tout le fluide magnétique répandu dans l'aiguille, la force de chaque point étant en raison composée de la directe des densités & de l'inverse du carré des distances.

Récapitulation des objets contenus dans ce Mémoire.

DES recherches qui précèdent, il résultera :

1.^o Que l'action, soit répulsive, soit attractive de deux globes électrisés, & par conséquent de deux molécules électriques, est en raison composée des densités du fluide électrique des deux molécules électrisées, & inverse du carré des distances.

2.^o Que dans une aiguille de 20 à 25 pouces de longueur, aimantée par la méthode de la double touche, le fluide magnétique peut être supposé concentré à dix lignes des extrémités de l'aiguille.

3.^o Que lorsqu'une aiguille est aimantée, dans quelque position où elle soit placée sur un plan horizontal, relativement à son méridien magnétique, elle est toujours ramenée à ce méridien par une force constante parallèle au méridien, & dont la résultante passe toujours par le même point de l'aiguille suspendue.

4.^o Que la force attractive & répulsive du fluide magnétique, est exactement, ainsi que dans le fluide électrique, en raison composée de la directe des densités, & inverse du carré des distances des molécules magnétiques.

TROISIÈME MÉMOIRE

SUR L'ÉLECTRICITÉ ET LE MAGNÉTISME.

De la quantité d'Électricité qu'un corps isolé perd dans un temps donné, soit par le contact de l'air, plus ou moins humide, soit le long des soutiens plus ou moins idio-électriques.

Par M. COULOMB.

LORSQU'UN corps conducteur électrisé est isolé par des soutiens idio-électriques, l'expérience apprend que l'électricité de ce corps décroît & s'anéantit assez rapidement. L'objet de ce Mémoire est de déterminer suivant quelles loix se fait ce décroissement : la connoissance de cette loi est absolument nécessaire pour pouvoir soumettre par la suite, au calcul les autres phénomènes de l'électricité ; parce que les expériences destinées à évaluer ces phénomènes, ne pouvant s'exécuter dans un même instant, ne peuvent être comparées entr'elles, sans connoître l'altération qu'elles éprouvent dans le temps qui s'écoule de l'une à l'autre.

Deux causes paroissent principalement concourir à faire perdre l'électricité des corps : la première, c'est qu'il est probable qu'il n'y a dans la Nature aucun soutien parfaitement isolant, c'est-à-dire, qu'il n'y a aucun corps entièrement impénétrable à l'électricité, lorsqu'elle est portée à un très-grand degré d'intensité ; que d'ailleurs, quand même ce corps existeroit, l'air étant toujours chargé d'un certain degré d'humidité, cette humidité s'attache à la surface des corps idio-électriques en plus ou moins grande quantité, suivant que l'air est plus ou moins humide, &

que le corps idio-électrique , par sa nature , a une plus grande ou une moindre affinité avec l'eau , que n'en ont les parties de l'air ; en sorte qu'il arrive souvent que les parties aqueuses répandues sur la surface du corps idio-électrique qui sert de soutien à un corps électrisé , sont plus rapprochées l'une de l'autre , qu'elles ne le sont dans l'air environnant ; & comme ces parties aqueuses sont conductrices de l'électricité , dans ce cas , lorsque les corps idio-électriques qui servent de soutien n'ont pas une longueur suffisante , l'électricité se perd plus facilement le long de la surface du corps idio-électrique qui sert de soutien , que par le contact de l'air.

La seconde cause , c'est que le corps électrisé étant enveloppé par l'air atmosphérique , cet air composé de différens élémens , est plus ou moins idio-électrique , soit par la nature de ces élémens , soit par leur affinité avec les molécules aqueuses ; affinité qui varie encore suivant le degré de chaleur , en sorte que l'air peut être regardé comme composé d'une infinité d'élémens en partie idio-électriques , en partie conducteurs. Mais , comme un corps conducteur se charge toujours d'une partie de l'électricité du corps qui le touche , & que chargé de cette électricité , il est repoussé par ce corps ; il en résulte , que chaque molécule de l'air qui touche un corps électrisé , se charge de l'électricité de ce corps plus ou moins rapidement , suivant que la densité électrique du corps est plus ou moins grande , & que l'air est plus ou moins chargé d'humidité ou de parties conductrices de l'électricité : dès l'instant qu'une molécule de l'air est chargée d'électricité , elle est chassée du corps électrisé , & remplacée par une autre qui s'électrise , & est chassée à son tour ; chacune de ces molécules emportant une partie de l'électricité du corps électrisé qu'elles enveloppent , la densité électrique diminue plus ou moins rapidement , suivant l'état de l'atmosphère. L'explication que nous venons de donner sur la manière dont l'électricité se perd par le contact de l'air , dont les molécules infi-

niment petites se meuvent avec beaucoup de facilité , n'est pas applicable à la manière dont l'expérience apprend que l'électricité se perd le long des surfaces des soutiens devenus idio-électriques imparfaits , par le contract de l'air humide ; parce que dans ce second cas , les parties aqueuses contractent un assez grand degré d'adhérence avec la surface de ces soutiens ; que cette adhérence est quelquefois plus grande que l'action répulsive que le corps électrisé exerce sur la molécule aqueuse , à laquelle il a transmis une partie de son électricité ; d'où il arrive , & ce résultat est confirmé par l'expérience , que lorsque la molécule humide , la plus proche du corps électrisé , est chargée d'électricité , cette électricité passe en partie à la molécule suivante , sans que cette molécule se déplace , & de-là de molécule en molécule , jusqu'à une certaine distance du corps : ainsi la densité de chaque molécule diminuera à mesure qu'elle sera plus éloignée du corps électrisé , parce que ces molécules aqueuses étant séparées par un petit intervalle idio-électrique , il faut un certain degré de force , pour que l'électricité puisse passer d'une molécule à l'autre. La résistance que ce petit intervalle idio-électrique oppose à l'écoulement du fluide électrique , paroît ne pouvoir être représentée que par une quantité constante pour un intervalle constant , & doit par conséquent être proportionnelle à la différence de l'action de deux molécules consécutives. Nous verrons tout-à-l'heure , que le calcul & les expériences qui déterminent la loi de la densité du fluide électrique le long des soutiens idio-électriques imparfaits , s'accordent avec le raisonnement qui précède.

Les recherches qui vont suivre , doivent donc avoir deux objets ; le premier , de déterminer suivant quelle loi l'électricité se perd par le contact de l'air ; le deuxième , de déterminer suivant quelle loi cette même électricité se perd le long de la surface des soutiens idio-électriques : mais comme dans toutes les expériences que l'on peut faire , les corps conducteurs chargés d'électricité , sont toujours

soutenus par des corps idio-électriques, ces expériences doivent naturellement toujours présenter un résultat composé de la perte de l'électricité par le contact de l'air, & de la perte de l'électricité le long de la surface du soutien idio-électrique, à moins que l'on ne parvienne à soutenir le corps par un support idio-électrique dont la surface soit proportionnellement moins chargée d'humidité, ou des parties conductrices que les molécules de l'air environnant; car pour lors en diminuant beaucoup la surface du contact du corps électrisé & de son soutien, la diminution de l'électricité du corps seroit dûe en entier au contact de l'air. D'après ce raisonnement, j'ai essayé, pour servir de soutien au corps électrisé, plusieurs matières idio-électriques, & j'ai trouvé que lorsque la densité électrique du corps soutenu n'étoit pas très-considérable, un petit cylindre de cire d'Espagne ou de gomme-laque, d'une demi-ligne de diamètre & de 18 à 20 lignes de longueur, suffisoit presque toujours pour isoler parfaitement une balle de sureau de cinq à six lignes de diamètre; j'ai également trouvé que lorsque l'air étoit sec, un fil de soie très-fin, passé dans de la cire d'Espagne bouillante, & ne formant ensuite qu'un petit cylindre tout au plus d'un quart de ligne de diamètre, remplissoit le même objet, pourvu que l'on donnât à ce fil une longueur de cinq à six pouces. Un fil de verre, tiré à la lampe d'émailleurs, de cinq ou six pouces de longueur, n'isole la balle que dans les jours très-secs, & lorsqu'elle est chargée d'un très-foible degré d'électricité; il en est de même d'un cheveu ou d'une soie qui ne sont pas enduits de cire d'Espagne, ou ce qui vaut encore mieux, de gomme-laque pure.

PREMIÈRE PARTIE.

Expériences pour déterminer la perte de l'électricité par le contact de l'air.

J'AI donné dans mon premier Mémoire sur l'électricité, la description de la balance dont je me sers dans toutes

les expériences électriques. L'on peut se rappeler, en jetant les yeux sur la figure de cette balance, qu'une aiguille horizontale, forinée par un fil de soie enduit de cire d'Espagne ou même par une paille terminée par un petit cylindre de gomme-laque, porte une petite balle de sureau, de quatre ou cinq lignes de diamètre à son extrémité; que cette aiguille est suspendue horizontalement par un fil d'argent de 28 pouces de longueur, & qu'en agissant avec un levier de 4 pouces pour tordre ce fil de suspension autour de son axe, il ne faut employer qu'une force de $\frac{1}{340}$ grain pour le tordre de 360^d ; que les forces de torsion sont généralement proportionnelles à l'angle de torsion, en sorte que, par exemple, pour tordre notre fil de 36^d , ou pour faire varier l'aiguille de 36^d , il ne faut employer que $\frac{1}{3400}$ de grain. L'on doit encore se rappeler que la force de torsion de ce fil de suspension se mesure d'une manière bien simple, au moyen d'un micromètre placé au haut de la tige de notre balance, & qu'en présentant à la balle de l'aiguille une seconde balle de la même grosseur, isolée comme celle de l'aiguille, leur action réciproque lorsqu'elles sont chargées d'une électricité de même nature, tend à les éloigner l'une de l'autre; qu'en tordant le fil de suspension, au moyen du micromètre, il est facile de mesurer cette action que nous avons trouvée dans ce Mémoire, exactement comme l'inverse du carré de la distance des deux balles.

Pour déterminer au moyen de cette même balance, la loi suivant laquelle un corps électrisé perd son électricité dans un temps donné, voici la méthode qui m'a paru la plus simple & la plus exacte.

Je suspends à un fil de soie très-fin, enduit de cire d'Espagne, & terminé par un petit cylindre de gomme-laque de 18 à 20 lignes de longueur, une petite balle de sureau semblable à celle de l'aiguille; je l'introduis par le trou du couvercle de ma balance, comme je l'ai fait dans mon
premier

premier Mémoire, & je la place de la même manière.

Au moyen d'une épingle à grosse tête, que je charge d'électricité, & qui est isolée comme dans le premier Mémoire, j'électrise également les deux balles, ce qui est très-facile en les faisant toucher l'une à l'autre; lorsque ces balles sont électrisées, elles se repoussent mutuellement, & l'aiguille ne s'arrête que lorsque la distance des deux balles est telle que la force de torsion est égale à la force répulsive: un exemple fera mieux entendre l'opération, que toute autre explication.

Je suppose que la balle de l'aiguille soit chassée à 40 degrés; en tordant le fil de suspension, je la ramène à une moindre distance, à 20 degrés, par exemple, ce que je suppose encore avoir obtenu, en tordant le fil de suspension de 140 degrés. J'observe l'instant où cette balle répond très-précisément à 20 degrés: comme l'électricité se perd, les balles se rapprocheront quelques minutes après l'opération; ainsi, pour pouvoir les observer toujours à la première distance de 20 degrés, je détors, au moyen de l'index, le fil de suspension, de 30 degrés, & la force de torsion étant diminuée de ces 30 degrés, les balles se chassent à un peu plus de 20 degrés. J'attends l'instant où la balle de l'aiguille arrive à 20 degrés, & je tiens compte très-exactement du temps écoulé entre les deux opérations; je suppose que ce temps soit 3'; il résultera de cette opération, qu'à la première observation, la distance des balles étant 20, la force répulsive avoit pour mesure, 140 degrés + 20; que 3' après, la force répulsive à la même distance de 20 degrés, n'étoit plus que 110^d + 20^d, c'est-à-dire, qu'elle étoit diminuée de 30 degrés, ou de 10 degrés par minute: ainsi comme la force moyenne entre les deux observations étoit mesurée par 145 degrés, & qu'elle diminue de 30 degrés en 3', ou de 10 degrés par minute, la force électrique des deux balles diminueoit de $\frac{10}{145}$ par minute.

C'est d'après cette méthode, que j'ai formé le premier tableau, qui représente des observations faites le 28 Mai, le 29 Mai, le 22 Juin & le 2 Juillet; j'ai choisi ces quatre observations parmi une infinité d'autres, parce que l'hygromètre annonçoit ces quatre jours des différences considérables dans le degré d'humidité de l'air, & que le degré de chaleur étoit à peu-près le même.

Observation sur le Tableau ci-joint.

Dans ce tableau, la première colonne représente l'instant de l'observation; la deuxième, la distance des deux balles; la troisième, le degré de torsion donné par le micromètre; la quatrième, la durée du temps écoulé entre deux observations consécutives; la cinquième, la perte de la force électrique dans le temps écoulé entre deux observations; la sixième, la force moyenne de répulsion entre deux observations consécutives, mesurée par la torsion moyenne, indiquée par le micromètre, plus par la distance des deux balles; enfin, la septième colonne indique le rapport de la force électrique perdue dans 1', à la force totale.

L'on voit, d'après cette septième colonne, que le rapport de la force électrique perdue à la force totale, a été représenté le même jour, ou dans le même état d'humidité de l'air, par une quantité constante; que ce rapport n'a varié qu'à mesure que l'hygromètre a annoncé une variation dans l'humidité de l'air, d'où il résulte, que pour un même état de l'air, la perte de l'électricité est toujours proportionnelle à la densité électrique.

La loi de la perte de la densité électrique étant déterminée par les expériences qui précèdent, il est facile d'avoir par le calcul l'état électrique des deux balles après un temps donné; prenons pour exemple la première expérience de notre table, où nous avons vu que l'action

électrique des deux balles, dont l'électricité primitive étoit la même, diminueoit de $\frac{1}{4^1}$ partie à chaque minute.

Puisque la densité électrique décroît, ainsi que nous venons de le voir, proportionnellement aux densités; nous avons

— $(\frac{d\delta}{\delta}) = m \partial t$, où δ représente la densité de chaque balle; mais puisque cette densité décroît, comme on le verra dans l'article suivant, de $\frac{1}{8_2}$ par minute, si $\partial t = 1'$, l'on

aura $m = (\frac{1}{8_2})$. Ainsi, dans cette expérience,

— $\frac{d\delta}{\delta} = (\frac{\partial t}{8_2})$, multipliant par le module μ du système logarithmique, l'on aura — $\mu \frac{d\delta}{\delta} = (\frac{\mu \partial t}{8_2})$,

dont l'intégrale donne $\frac{\mu t}{8_2} = \log. (\frac{D}{\delta})$, D représentant la densité primitive du fluide électrique de chaque balle, & par conséquent $\frac{2 \mu t}{8_2} = \frac{\mu}{4^1} t = \log. (\frac{D^2}{\delta^2})$;

mais la distance étant constante, D^2 est proportionnel à l'action primitive, & δ^2 est proportionnel à l'action, lorsque le temps est $= t$: ainsi, en se servant des tables ordinaires, puisque le module $\mu = 0,4343$, l'on aura

$\frac{0,4343}{4^1} t = \log. (\frac{D^2}{\delta^2})$. Si l'on cherche d'après cette

formule, la valeur de δ dans cette première expérience, l'on trouvera qu'au premier essai, $D^2 = 150$, qu'au

6.^{me} essai $\delta^2 = 50$; ainsi, $\frac{0,4343 t}{4^1} = \log. \frac{150}{50} = \log. 3$;

& par conséquent $t = (\frac{4^1 \log. 3}{0,4343}) = 45'$ par l'expé-

rience. Le 1.^{er} Essai a commencé à 6^h 32' 30"; le 6.^{me} Essai n'a eu lieu qu'à 7^h 17': ce qui donne 44' 30", au lieu de 45' trouvées par l'expérience.

Deuxième Remarque.

Le rapport donné dans la septième colonne de la table, représente exactement la portion de la force perdue dans une minute par le corps électrisé, à la force totale : mais ce rapport est double de celui de la perte de la densité de chaque corps à la densité totale ; il est facile de s'en convaincre par les réflexions suivantes.

Nous avons vu, dans nos deux premiers Mémoires, que lorsque deux globes égaux électrisés, agissoient l'un sur l'autre, leur action réciproque étoit en raison composée des densités électriques & de l'inverse du carré des distances de ces deux globes. Ainsi, puisque dans nos expériences, les deux balles sont égales, & qu'elles ont au premier instant reçu une égale dose d'électricité, leur action réciproque, en nommant δ , la densité électrique, & a , la distance des deux balles, sera proportionnelle à $(\frac{\delta^2}{a^2})$, & la variation de cette action dans l'instant dt sera également proportionnelle à $(\frac{2\delta d\delta}{a^2} + d\delta^2)$: ainsi le rapport de cette variation d'action, à l'action, sera en négligeant $d\delta^2$ égal à $(\frac{2d\delta}{\delta})$. Mais $(\frac{d\delta}{\delta})$ est le rapport de la perte de la densité de chaque balle à sa densité, & par conséquent elle a pour mesure, la moitié du rapport donné pour la perte d'action, à l'action donnée dans nos expériences : ainsi, le 28 Juin, notre tableau donnant moyennement $\frac{1}{4.1}$ pour le rapport de la force électrique perdue dans une minute à la force totale ; il en résulte, que ce même jour, la densité électrique des balles diminueoit de $\frac{1}{8.2}$ partie par minute.

Par une suite d'expériences du même genre, j'ai également trouvé que, quoique les balles eussent des grosseurs

très-différentes, que la masse d'électricité & la densité électrique de chaque balle fussent très-différentes, le rapport de la force perdue dans une minute, à la force totale, restoit toujours une quantité constante; en sorte, par exemple, que, quoique le 28 Juin, je présentasse à la balle de l'aiguille, une balle double de grosseur, & que je donnasse à cette balle une densité électrique plus grande ou plus petite que celle de l'aiguille, la perte de la force électrique par minute, étoit toujours $\frac{1}{4^e}$ partie de la force totale.

Pour peu que l'on y fasse attention, l'on verra que si dans un temps donné, la densité décroît proportionnellement à son intensité, le résultat que donne l'expérience, est une suite nécessaire de la théorie; car l'action des deux balles dont la grosseur & la densité sont différentes, étant représentée par $m \left(\frac{D\delta}{a^2} \right)$, où m est un coefficient constant dépendant de la surface des balles, où D & δ représentent les densités, & a la distance; la variation de la force répulsive divisée par cette force, aura pour mesure,

$\left(\frac{dD}{D} + \frac{d\delta}{\delta} \right)$, quantité qui fera toujours une quantité constante, quelle que soit la valeur de δ , de D & de m , pourvu que pour un même instant dt , $\frac{dD}{D} = \frac{d\delta}{\delta} =$ une quantité constante.

Mais une remarque fournie par l'expérience, & qui me paroît mériter la plus grande attention, c'est que, quelque figure qu'ait un corps électrisé, & quelle que soit sa grosseur, le décroissement de la densité électrique, relativement à cette densité, a dans tous les cas pour mesure, à peu près une quantité constante, lorsque l'air est sec, & que le degré d'électricité n'est pas très-considérable. J'ai fait cette expérience avec un globe d'un pied de diamètre, avec des cylindres de toutes les grosseurs & de toutes les longueurs; j'ai substitué à la place des balles, dans ma balance

électrique, des cercles de papier ou de métal; j'ai même, un jour très-sec, armé une des balles d'un petit fil de cuivre, de 10 lignes de longueur & de $\frac{1}{4}$ ligne de diamètre, & en observant le décroissement de l'électricité, j'ai trouvé le jour où j'ai fait cette expérience, que la densité électrique décroissoit dans tous ces corps, quelques figures qu'ils eussent, d'une centième partie par minute : mais il faut seulement prévenir, que les corps de différentes figures ne donnent cette égalité de décroissement dans la densité électrique, que lorsque cette densité est diminuée à un certain point; que dans toutes les figures anguleuses, lorsqu'on leur communique une électricité très-forte, elles perdent rapidement une portion de cette électricité, suivant des loix que nous déterminerons en parlant de l'électricité des pointes; mais lorsque l'électricité est diminuée à un certain point, pour lors, quelle que soit la densité électrique, son rapport avec le décroissement pendant l'instant dt , sera une quantité constante.

Une seconde observation que l'expérience m'a fait faire, c'est que la nature du corps n'influe nullement sur la loi du décroissement de l'électricité; ainsi, le 28 Juin où nous voyons par notre tableau, que l'électricité décroissoit de $\frac{1}{82}$ par minute, pour des balles de sureau, elle décroissoit de la même quantité pour une balle de cuivre, & ce qui paroîtra plus extraordinaire, pour une balle de nature idio-électrique, formée avec de la cire d'Espagne, & que l'on avoit chargée d'électricité, en la faisant toucher à un corps fortement électrisé. Nous aurons lieu dans la suite de revenir sur tous ces résultats, lorsque nous aurons déterminé par l'expérience & le calcul, les loix des autres phénomènes électriques.

Troisième Remarque.

Si l'on veut actuellement chercher, d'après le tableau qui représente le décroissement de l'électricité dans une

minute, la correspondance entre l'état plus ou moins humide de l'air, & ce décroissement d'électricité, l'on formera la petite table suivante.

Hygromètre.	Quantité d'eau qu'un pied cube d'air tient en dissolution.	Électricité perdue à chaque minute.
Le 29 Mai... 69.....	6,197 ^{grains}	$\frac{1}{60}$.
Le 28 Mai... 75.....	7,295.....	$\frac{1}{41}$.
Le 2 Juillet... 80.....	8,045.....	$\frac{1}{29}$.
Le 22 Juin... 87.....	9,221.....	$\frac{1}{14}$.

Dans ce tableau, la première colonne marque le jour où l'expérience a été faite; la deuxième, l'état de l'hygromètre de M. de Saussure; la troisième, la quantité d'eau que l'air tient en dissolution par pied cube, lorsque le thermomètre est entre 15 & 16 degrés, évaluée d'après une petite table du dixième chapitre, *page 173* de l'hygrométrie de M. de Saussure, qui exprime pour tous les degrés du thermomètre, la quantité d'eau que l'air tient en dissolution, relativement au degré marqué par l'hygromètre de cet auteur.

Si, d'après cette table, l'on cherche par le calcul à déterminer une loi entre le décroissement de l'électricité & la quantité d'eau contenue dans un pied cube d'air, lorsque le thermomètre est entre 15 & 16 degrés, point où il se trouvoit dans le temps des quatre expériences; en nommant *m* la puissance qui exprime ce rapport, & en comparant la première expérience avec les trois autres, l'on aura :

$$1.^{ere} \& 2.^{eme} \dots\dots\dots \frac{60}{41} = \left(\frac{7,197}{6,180} \right)^m \text{ d'où } m = 2,76;$$

$$1.^{ere} \& 3.^{eme} \dots\dots\dots \frac{60}{29} = \left(\frac{8,045}{6,180} \right)^m \text{ d'où } m = 2,76.$$

$$1.^{ere} \& 4.^{eme} \dots\dots\dots \frac{60}{14} = \left(\frac{9,221}{6,180} \right)^m \text{ d'où } m = 3,61;$$

& la quantité moyenne donne $m = 3,04$.

En sorte qu'il paroîtroit que le décroissement de la force, ou, ce qui revient au même, de la densité électrique, est proportionnel au cube du poids de l'eau contenue dans un volume d'air.

Mais ce résultat dépendant de plusieurs élémens, qui ne sont peut-être pas encore déterminés d'une manière assez sûre, a besoin d'être confirmé par des recherches plus directes. C'est dans cette vue, que j'avois imaginé, pour compléter mon travail, de renfermer des corps électrisés dans différentes espèces d'air, de donner à cet air différens degrés de densité & d'humidité, de chercher ensuite dans chaque état de ces airs, la loi du décroissement de l'électricité; mais je me suis bientôt aperçu que cette opération demandoit beaucoup de temps, de patience, & des instrumens que je n'avois pas, ou qui n'existent même pas encore pour mesurer avec exactitude le degré de pureté de chaque air, & son degré d'humidité: j'ai été obligé, avec regret, de renoncer au moins pour le moment à un travail sur lequel je desirois de pouvoir revenir dans la suite.

Quatrième Remarque.

Dans les différens essais qui forment la table générale de nos expériences, je me suis assuré que l'électricité se perdoit uniquement par le contact de l'air, & non le long des corps idio-électriques qui formoient les soutiens, par la méthode suivante.

Les balles renfermées dans la balance électrique étant soutenues par un seul fil de soie enduit de cire d'Espagne, terminé par un fil de gomme-laque de 18 lig. de longueur, je cherchois la quantité d'électricité qui se perdoit dans une minute, & qui se trouve dans le tableau des expériences; je faisois ensuite toucher la balle par quatre fils absolument semblables à celui qui servoit de soutien, & je déterminois dans cet état le décroissement de l'électricité dans une minute, que je trouvois le même que s'il n'y avoit eu qu'un seul soutien: il est clair qu'ayant
dans

dans cette expérience quatre soutiens au lieu d'un seul, si une partie sensible de l'électricité s'étoit perdue par les soutiens, le décroissement auroit été sensiblement plus grand lorsque la balle étoit touchée par quatre fils enduits de cire d'Espagne, que lorsqu'elle étoit soutenue par un seul ; & puisque l'expérience a prouvé le contraire, il en résulte que l'électricité se perdoit uniquement par le contact de l'air, & non le long des corps idio-électriques qui formoient les soutiens.

Cinquième Remarque.

À mesure que le degré de chaleur indiqué par le thermomètre augmente, quoique l'hygromètre de M. de Saussure, qui a servi à la comparaison de nos expériences, reste au même degré, cependant la quantité d'eau qu'un volume d'air déterminé tient en dissolution, augmente avec cette chaleur. Mais comme il paroît que le décroissement plus ou moins prompt de l'électricité, dépend de la quantité d'eau ou du nombre des parties conductrices qui se trouvent dans un même volume d'air, il doit en résulter que, pour le même degré hygrométrique, l'électricité doit se perdre plus promptement les jours chauds que les jours froids. C'est effectivement ce que l'expérience confirme toujours ; mais il reste à chercher si à différens degrés de chaleur, le décroissement de l'électricité dépend uniquement de la quantité d'eau tenue en dissolution dans un volume d'air déterminé.

Ici les expériences nous manquent : l'on trouve à la vérité dans l'excellent Essai d'hygrométrie de M. de Saussure, *chapitre X, page 181*, une table qui représente la correspondance des degrés de son hygromètre avec la quantité d'eau qu'un pied cube d'air tient en dissolution à chaque degré du thermomètre. Mais M. de Saussure annonce qu'il ne répond pas de cette table, qu'il n'a publiée que pour présenter un modèle de la réduction des expériences qu'il compte faire par la suite. Ainsi, tous les résultats que nous pourrions tirer, en comparant d'après cette table,

Mém. 1785.

K k k k

la perte électrique avec la quantité d'eau tenue en dissolution dans un pied cube d'eau, à un degré de chaleur & d'hygromètre observé, ne seroient qu'hypothétiques. L'on peut seulement dire en général, qu'il paroît qu'à mesure que le degré de chaleur augmente, l'électricité ne se perd pas aussi promptement qu'elle devoit se perdre, en calculant d'après cette table la quantité d'eau que le pied cube d'air tient en dissolution; c'est-à-dire, qu'en admettant pour vraie la table de M. de Saussure, un pied cube d'air tenant, par exemple, six grains d'eau en dissolution, est plus idio-électrique ou moins conducteur de l'électricité, à mesure que la chaleur augmente.

Sixième Remarque.

AVANT de finir cette première partie de mon Mémoire, je dois encore avertir que quoique le thermomètre, l'hygromètre, & même le baromètre, marquent à différens jours les mêmes degrés, le décroissement de l'électricité n'est cependant pas toujours le même: l'on ne peut, ce me semble, expliquer ces variétés par une autre cause que par la composition de l'air formé de différens élémens plus ou moins idio-électriques, dont la densité, les proportions varient presque continuellement, & qui ont des degrés d'affinités différens avec les vapeurs aqueuses. La seule observation qui m'a paru assez générale, c'est que lorsque le temps change subitement, & que l'hygromètre varie sensiblement dans quelques heures de l'humidité au sec, la perte de l'électricité, relativement à sa densité, reste pendant quelque temps plus grande qu'elle ne devoit l'être d'après ce degré de sécheresse indiqué par l'hygromètre; & *vice versa*, lorsque l'hygromètre passe subitement du sec à l'humide. Ainsi, par exemple, si dans douze ou quinze heures, l'hygromètre passe de l'humide au sec de 8 ou 10 degrés, & qu'il se fixe ensuite à ce degré de sécheresse pendant plusieurs jours, l'on observera souvent que si la densité électrique décroît le premier jour après cette marche de l'hygromètre,

de $\frac{1}{50}$ par minute, quelques jours après, quoique la sécheresse indiquée par l'hygromètre, reste invariable, la densité électrique ne décroît plus que de $\frac{1}{100^{me}}$ partie par minute. La cause de ce phénomène ne dépendroit-elle pas de ce que les vapeurs aqueuses, après avoir séjourné un certain temps dans l'air, y contractent une adhérence de plus en plus grande, & que le cheveu de l'hygromètre n'attire que les parties aqueuses qui sont encore libres & qui ont un plus foible degré d'adhérence avec l'air que les premières; d'où il résulteroit que dans les variations subites, l'hygromètre annonceroit seulement la quantité des parties *aqueuses* libres dans l'air, & non la quantité absolue de ces parties. Ce qui paroîtroit venir à l'appui de cette opinion, c'est que l'état de diminutions électriques se fixe presque toujours au bout de quelques heures, relativement à l'hygromètre, lorsque la variation prompte de sécheresse ou d'humidité a lieu avec un vent violent, & que ce n'est qu'avec un temps calme, que l'on éprouve quelquefois le contraire. Il se pourroit cependant que ce phénomène fût uniquement produit par l'humidité ou la sécheresse des corps qui avoisinent l'aiguille.

Cette remarque, ainsi que la troisième, dépendant, comme nous l'avons dit, de plusieurs élémens hygrométriques qui sont encore incertains, les résultats ne sont qu'hypothétiques, & il ne faut pas les confondre avec les principaux points de ce Mémoire, qui paroissent avoir pour base une suite d'expériences suivies.

DEUXIÈME PARTIE.

De la quantité d'électricité qui se perd le long des soutiens idio-électriques imparfaits.

NOUS avons vu dans la première partie de ce Mémoire, que lorsque l'électricité se perd par le contact de l'air, le décroissement momentané de l'électricité étoit très-exacte-

ment proportionnel à la densité électrique du corps électrisé. L'on peut se rappeler que pour nous diriger dans les expériences propres à mener à ce résultat, nous avons dû chercher à isoler le corps électrisé sur un soutien le plus idio-électrique possible.

Pour suivre la même méthode, il faudroit dans la recherche actuelle, soutenir les corps par des isoloirs dont l'idio-électricité fût tellement imparfaite, que la perte de l'électricité le long de ces soutiens, fût dans un rapport très-grand avec la quantité d'électricité que le corps perd par le contact de l'air. Mais l'on sent que plus ce rapport sera grand, plus l'électricité du corps électrisé se perdra rapidement. Et comme dans la pratique des expériences, dès l'instant que, dans notre balance électrique, la balle soutenue par l'aiguille est électrisée, l'aiguille oscille pendant quelques minutes, qu'elle oscille également toutes les fois que l'on touche au micromètre, pour augmenter ou diminuer la torsion du fil de suspension; l'on voit que si l'électricité se perdoit très-rapidement, à chaque observation l'électricité se trouveroit presque entièrement anéantie avant que l'aiguille s'arrêtât, & que l'on pût déterminer sa position d'une manière précise: cet inconvénient-pratique nous a donc obligé à nous servir de soutiens qui eussent assez de forces idio-électriques pour pouvoir, sans électriser à chaque fois les balles, faire plusieurs observations consécutives; il est facile ensuite par le calcul, de déterminer, dans ces expériences, la partie de l'électricité perdue par le contact de l'air, & celle perdue le long du soutien.

La deuxième Table a été formée sur le même modèle que la première, ainsi que l'indiquent les titres: mais la balle introduite dans le trou de la balance, & qui est destinée à chasser la balle de l'aiguille, au lieu d'être isolée comme dans les expériences de cette première partie, par un petit cylindre de gomme-laque de quinze à dix-huit lignes de longueur, est soutenue par un fil de soie d'un seul brin, tel

qu'il sort du cocon; ce fil a quinze pouces de longueur. Les deux expériences de cette deuxième Table, ont été faites comme celle de la première, le 28 & le 29 Mai. La première table détermine la quantité d'électricité que le contact de l'air faisoit perdre: ainsi, en comparant le résultat de cette première table avec celui de la deuxième, il sera facile de déterminer la quantité d'électricité perdue à chaque instant le long des soutiens.

Mais une remarque bien importante que nous offre cette seconde table, c'est que le décroissement de l'électricité, d'abord beaucoup plus prompt lorsque la densité est considérable, qu'il ne devoit l'être s'il étoit uniquement produit par le contact de l'air, parvient dans l'une & l'autre expérience de la deuxième table, lorsque la densité électrique de la balle soutenue par le fil de soie, est réduite à un certain degré, à être précisément la même, que lorsque l'idio-électricité de l'isoloir est parfaite, ou pour mieux dire, lorsque la perte de l'électricité est entièrement dûe au contact de l'air, comme dans la première table.

Il résulte certainement de cette observation, que notre fil de soie de quinze pouces de longueur isole parfaitement, lorsque l'action réciproque des deux balles est mesurée dans la première expérience de notre seconde table, par une force de torsion de 40^d & au-dessous, puisque pour lors la perte électrique n'est que de $\frac{1}{42}$ par minute, la même qui avoit été trouvée pour le même jour dans la première table, & qui étoit, ainsi qu'il est prouvé dans la première partie de ce Mémoire, uniquement dûe au contact de l'air. Il résulte également de cette même observation, que dans la deuxième expérience de notre seconde table, le fil de soie de quinze pouces de longueur isoloit parfaitement, lorsque l'action répulsive des deux balles étoit de 70^d & au-dessous, puisqu'alors la perte de l'action électrique n'étoit que de $\frac{1}{60}$, ainsi que nous l'avons trouvé le même jour dans la première

table. Actuellement, puisque les forces répulsives sont mesurées pour une distance constante, par le produit des densités des deux balles égales, nous allons chercher à connoître le rapport entre la densité primitive, & les degrés de densité de la balle soutenue par le fil de soie, lorsque ce fil de soie commence à isoler parfaitement cette balle.

Détermination de la densité électrique de la balle soutenue par le fil de soie, lorsque ce fil commence à isoler parfaitement.

UNE application du calcul développé dans la première partie de ce Mémoire, & comparé avec le résultat de la première expérience de notre seconde table, suffira pour faire connoître la méthode que nous devons suivre dans cette recherche. Dans la première expérience de notre deuxième table, qui a commencé à dix heures, nous avons donné une égale quantité de fluide électrique aux deux balles, puisque ces balles sont égales, & que l'on a eu soin de les faire toucher après qu'elles ont été électrisées. La balle soutenue par l'aiguille, étant isolée au moyen de la gomme-laque, perdoit ce jour-là $\frac{1}{82}$ partie de son fluide électrique par minute, & perdoit ce fluide uniquement par le contact de l'air. La balle soutenue par le fil de soie, perdoit son électricité par le contact de l'air, & le long de son soutien idio-électrique imparfait: ce n'est qu'à peu-près vers dix heures quarante minutes, que le fil de soie a commencé à isoler parfaitement cette seconde balle, & pour lors, l'action répulsive des deux balles avoit pour mesure 40 degrés; mais à dix heures, au commencement de l'expérience, l'action répulsive des deux balles, chargées l'une & l'autre d'une égale quantité de fluide électrique, avoit pour mesure 180 degrés, ainsi que l'indique le premier essai de cette expérience: ainsi la densité électrique de

chaque balle, étoit à dix heures, proportionnelle à $\sqrt{180}$, puisque l'action, pour une distance constante, est toujours proportionnelle au produit des densités, & que les densités, au premier essai, étoient égales. Mais nous avons vu dans la première partie de ce Mémoire, que le décroissement de l'électricité, dans le contact de l'air, étoit exprimé par

la formule $\frac{d\delta}{\delta} = m dt$, ou m dans notre première expé-

rience $= \left(-\frac{1}{8_2} \right)$; cette formule intégrée donne,

$\log. \left(\frac{D}{\delta} \right) = \frac{4343}{8_2} t$, où D est la densité primitive

de la balle, δ sa densité au bout d'un temps t , 0,4343, le module du système logarithmique décimal des tables ordi-

naires: ainsi l'on aura $\log. \delta = \log. D - \frac{0,4343}{8_2} t$;

ainsi, si nous cherchons ce qu'est devenue la densité D , après 40^m, lorsque le fil de soie commence à isoler parfaitement, nous trouvons, pour la balle de l'aiguille soutenue par la gomme-laque, & isolée parfaitement pendant toute l'expérience, en supposant $D = \sqrt{180}$, & $\log. \delta = 1,1276 - 2648 = 8628$. Ainsi δ ou la densité de la balle de l'aiguille, à 10^h 40, ayant été mesurée au commencement de l'expérience par $\sqrt{180} = 13,4$, étoit mesurée 40' après, par le nombre 7,3; mais puisque l'action des deux balles est toujours proportionnelle au produit de la densité, si l'on suppose Z , la densité de la balle soutenue par le fil de soie, lorsque ce fil isole parfaitement, ou que l'action des deux balles a pour mesure 40 degrés; l'on

aura 7,3 $Z = 40^d$, ou $Z = \frac{40}{7,3} = 5,5$; d'où l'on

conclut que la densité électrique de la balle, soutenue par le fil de soie, de quinze pouces de longueur, a pour mesure les nombres 5,5, lorsque ce fil commence à isoler parfaitement, les deux balles étant à 30 degrés de distance

l'une de l'autre. D'après ce calcul, en comparant plusieurs expériences, j'ai trouvé qu'un petit cylindre de gomme-laque, de 18 lignes de longueur, ne cessoit d'isoler parfaitement, que lorsque la balle étoit chargée d'une densité électrique à peu-près triple de celle de notre fil de soie; c'est-à-dire, qu'en prenant le nombre 5, 5, pour la densité électrique de la balle, soutenue par notre fil de soie de quinze pouces de longueur, lorsqu'il commence à isoler parfaitement, il faudroit tripler à peu-près cette densité, pour avoir celle où un petit cylindre de gomme-laque de dix-huit lignes, commence à isoler parfaitement, & il cesse d'isoler lorsque la densité est plus forte: d'après cette théorie, il sera facile de déterminer, quand on le voudra, par l'expérience, le degré d'idio-électricité des différens corps dont on est dans l'usage de se servir pour isoler les corps électrisés. Les tentatives que j'ai faites à ce sujet, ne sont pas assez nombreuses pour en publier encore les résultats: l'on sent au surplus que ces résultats varient pour un même corps, avec la chaleur & l'humidité de l'air, & que chaque jour donne un rapport différent.

Après avoir trouvé que dans les soutiens idio-électriques imparfaits, il y avoit toujours un certain degré de densité électrique, au-dessous duquel ces soutiens isolent parfaitement, j'ai cherché, par les méthodes que je viens d'expliquer, quel étoit le rapport entre cette densité électrique & la longueur des soutiens; & l'expérience m'a appris que le degré de densité électrique où une soie, un cheveu, & tout corps cylindrique très-fin dont l'idio-électricité étoit imparfaite, commence à isoler, étoit pour le même état de l'air, proportionnel à la racine de la longueur; en sorte, par exemple, que si une soie d'un pied de longueur, commence à isoler le corps parfaitement, lorsque la densité est D , un fil de quatre pieds commencera à l'isoler lorsque sa densité sera $2 D$.

Ce que l'expérience nous apprend ici, se trouve conforme à la théorie, en supposant, comme nous l'avons prouvé,

prouvé dans nos deux premiers Mémoires, que l'action du fluide électrique suit la raison inverse du carré des distances, & que l'imperfection de l'idio-électricité des corps, dépend de la distance idio-électrique, à laquelle se trouvent les molécules conductrices qui entrent dans la composition du soutien idio-électrique imparfait, ou qui sont répandues le long de la surface; que, par conséquent, pour que le fluide électrique passe d'une molécule conductrice à l'autre, il faut qu'il traverse un petit espace idio-électrique plus ou moins grand, suivant la nature du corps; que cet espace à traverser, oppose une résistance constante pour le même corps, parce que ces molécules conductrices sont distribuées uniformément, ou à une même distance l'une de l'autre. Ces suppositions admises, pour appliquer la théorie, l'on observera que, dans un fil très-fin, conducteur, le fluide électrique se distribueroit uniformément dans toute sa longueur; que si ce fil a un certain degré d'idio-électricité, & que le fluide y soit répandu suivant une loi quelconque, l'action qu'éprouveroit chaque point, dépendroit seulement de la densité électrique de la molécule en contact avec ce point, & que l'action du reste du fil, peut être regardée comme nulle. Voici la démonstration de ces deux propositions : dans la *fig. 1*, *fi* représente un fil, dont toutes les parties agissent l'une sur l'autre, suivant la raison inverse du carré des distances, la courbe *h M h'*, représente la densité électrique de chaque point du fil; sur la longueur de ce fil, je prends deux portions *Pa* & *Pa'*, égales, finies, mais assez petites, pour que dans la pratique, *MNb* puisse être regardé comme un triangle.

Soit $Mn = Pp = x$, $\frac{bN}{MN} = a$, nm sera $= ax$,

& l'action qu'éprouvera le point *M*, dont la densité est *D*, de la part du petit élément *dx*, placé en *p*, sera

$$\frac{Dax \cdot dx}{x^2} = Da \left(\frac{dx}{x} \right); \text{ intégrant cette quantité, \&}$$

supposant qu'elle s'évanouisse, quand $x = A$, l'on aura, pour l'action de toute la partie Pp , Da , $\log. (\frac{x}{A})$:

quantité qui sera une quantité finie, tant que A sera une quantité finie, mais qui deviendra infinie quand $A = 0$: d'où résulte, que l'action qu'éprouve le point P dépend uniquement de l'incrément de la densité dans l'élément qui touche le point P , & que la densité du reste de la ligne n'y influe pas; d'où résulte également que, si cette action dépend d'un fluide qui peut se mouvoir librement le long du fil, ou si ce fil est conducteur parfait, le fluide qui agit en raison inverse du carré des distances, se répandra uniformément tout du long de ce fil: nous déterminerons dans la suite la densité électrique de l'extrémité de ce fil.

Appliquons le résultat qui précède à la question actuelle: le globe en C (*fig. 2*) est soutenu au moyen du fil de soie AB , dont l'idio-électricité est imparfaite, c'est-à-dire, dont chaque élément oppose une résistance constante A , à l'écoulement de ce fluide; soit A' la masse électrique du globe, réunie à son centre; soit δ la densité électrique en p , l'on aura pour l'action totale avec laquelle le point p est repoussé

par le fluide électrique $\frac{A'\delta}{(R+x)^2} - \frac{\delta d\delta}{dx}$, quantité

égale à la résistance idio-électrique B , du fil que nous avons vu devoir être une quantité constante. L'on prend $d\delta$ négativement, parce que δ décroît à mesure que x augmente; mais nous prouverons, dans le Mémoire qui suivra celui-ci, que l'action du petit globe C électrisé, sur le point P , est incomparablement plus petite que l'action de l'élément dx multiplié par l'incrément de δ ; ainsi l'on peut, sans erreur sensible, négliger le premier terme,

$\frac{A'\delta}{(R+x)^2}$, & l'équation se réduira à $-\frac{\delta d\delta}{dx} = B$,

qui, intégrée, donne $K - \frac{\delta^2}{2} = Bx$. Mais lorsque

t une minute par le contact de l'air.

TRIQUE deux IONS.	FORCE MOYENNE entre deux OBSERVATIONS.	R A P P O R T DE LA FORCE ÉLECTRIQUE perdue par le corps pendant 1 minute, à la force moyenne du corps.
$5^{\text{d}} \frac{1}{2}$; Baromètre, $28^{\text{p}} 3^{\text{l}}$.		
1. ^{er}	 140.....	$\frac{1}{40}$
2. ^m	 120.....	$\frac{1}{33}$
3. ^m	 100.....	$\frac{1}{42}$
4. ^m	 80.....	$\frac{1}{40}$
5. ^m	 60.....	$\frac{1}{42}$
6. ^m		
$5^{\text{d}} \frac{1}{2}$; Baromètre, $28^{\text{p}} 4^{\text{l}}$.		
1. ^{er}	 150.....	$\frac{1}{56}$
2. ^m	 130.....	$\frac{1}{61}$
3. ^m	 110.....	$\frac{1}{54}$
4. ^m		

PREMIÈRE TABLE pour déterminer la quantité d'Électricité perdue pendant une minute par le contact de l'air.

M O M E N T de L'EXPÉRIENCE.	D I S T A N C E des B A L L E S.	T O R S I O N du M I C R O M È T R E.	T E M P S É C O U L É entre D E U X O B S E R V A T I O N S consecutives.	F O R C E É L E C T R I Q U E perdue entre deux O B S E R V A T I O N S.	F O R C E M O Y E N N E entre deux O B S E R V A T I O N S.	R A P P O R T D E L A F O R C E É L E C T R I Q U E perdue par le corps pendant 1 minute, à la force moyenne du corps.
Première Expérience le 28 Mai. Hygromètre, 75 ^d ; Thermomètre, 15 ^d $\frac{1}{2}$; Baromètre, 28 ^p 3 ^l .						
Matin. 1. ^{re} Essai..... 6 ^h 32' 30"	 30.....	 120.....	}..... 5 $\frac{3}{4}$	 20.....	 140.....	 $\frac{1}{40}$
2. ^{me} Essai..... 6. 38. 15.	 idem.....	 100.....		 20.....	 120.....	 $\frac{1}{33}$
3. ^{me} Essai..... 6. 44. 30.	 id.....	 80.....		 20.....	 100.....	 $\frac{1}{42}$
4. ^{me} Essai..... 6. 53. 0.	 id.....	 60.....		 20.....	 80.....	 $\frac{1}{40}$
5. ^{me} Essai..... 7. 3. 0.	 id.....	 40.....		 20.....	 60.....	 $\frac{1}{42}$
6. ^{me} Essai..... 7. 17. 0.	 id.....	 20.....		 14.....	 20.....	 $\frac{1}{42}$
Seconde Expérience le 29 Mai. Hygromètre, 69 ^d ; Thermomètre, 15 ^d $\frac{1}{2}$; Baromètre, 28 ^p 4 ^l .						
Matin. 1. ^{re} Essai..... 5 ^h 45' 30"	 30.....	 130.....	}..... 7 $\frac{1}{2}$	 20.....	 150.....	 $\frac{1}{56}$
2. ^{me} Essai..... 5. 53. 0.	 idem.....	 110.....		 20.....	 130.....	 $\frac{1}{61}$
3. ^{me} Essai..... 6. 2. 30.	 id.....	 90.....		 20.....	 110.....	 $\frac{1}{54}$
4. ^{me} Essai..... 6. 12. 15.	 id.....	 70.....		 20.....	 75.....	 $\frac{1}{58}$
5. ^{me} Essai..... 6. 33. 30.	 id.....	 40.....		 30.....	 60.....	 $\frac{1}{54}$
6. ^{me} Essai..... 6. 51. 0.	 id.....	 20.....		 18.....	 20.....	 $\frac{1}{54}$
Troisième Expérience le 22 Juin. Hygromètre, 87 ^d ; Thermomètre, 15 ^d $\frac{3}{4}$; Baromètre, 27 ^p 11 ^l .						
Matin. 1. ^{re} Essai..... 11 ^h 53' 45"	 20.....	 80.....	}..... 3.....	 20.....	 90.....	 $\frac{1}{13\frac{1}{2}}$
2. ^{me} Essai..... 11. 56. 45.	 idem.....	 60.....		 20.....	 70.....	 $\frac{1}{11}$
3. ^{me} Essai..... 11. 59. 45.	 id.....	 40.....		 20.....	 50.....	 $\frac{1}{13\frac{1}{2}}$
4. ^{me} Essai..... 12. 5. 0.	 id.....	 20.....		 20.....	 28.....	 $\frac{1}{13\frac{1}{2}}$
5. ^{me} Essai..... 12. 16. 15.	 id.....	 5.....		 11 $\frac{1}{2}$	 25.....	 $\frac{1}{13\frac{1}{2}}$
6. ^{me} Essai..... 12. 27. 30.	 id.....	 2.....		 10.....	 10.....	 $\frac{1}{13\frac{1}{2}}$
Quatrième Expérience le 2 Juillet. Hygromètre, 80 ^d ; Thermomètre, 15 ^d $\frac{3}{4}$; Baromètre, 28 ^p 2 ^l .						
Matin. 1. ^{re} Essai..... 7 ^h 43' 40"	 20.....	 80.....	}..... 5 $\frac{1}{3}$	 20.....	 90.....	 $\frac{1}{14}$
2. ^{me} Essai..... 7. 49. 0.	 idem.....	 60.....		 20.....	 70.....	 $\frac{1}{19}$
3. ^{me} Essai..... 7. 57. 20.	 id.....	 40.....		 20.....	 50.....	 $\frac{1}{30}$
4. ^{me} Essai..... 8. 9. 15.	 id.....	 20.....		 12.....	 35.....	 $\frac{1}{19}$
5. ^{me} Essai..... 8. 17. 30.	 id.....	 10.....		 8 $\frac{1}{4}$	 10.....	 $\frac{1}{19}$
6. ^{me} Essai..... 8. 25. 45.	 id.....	 5.....		 8.....	 10.....	 $\frac{1}{19}$

Outiens idio-électriques imparfaits.

RIQUE eux ONS.	FORCE MOYENNE entre deux OBSERVATIONS.	R A P P O R T DE LA FORCE ÉLECTRIQUE perdue pendant 1 minute, à celle qui reste au corps.
.....	 165.....	 $\frac{1}{14}$
.....	 130.....	 $\frac{1}{18}$
.....	 100.....	 $\frac{1}{25}$
.....	 70.....	 $\frac{1}{29}$
.....	 40.....	 $\frac{1}{42}$
.....	 25.....	 $\frac{1}{41}$
.....	 170.....	 $\frac{1}{23}$
.....	 150.....	 $\frac{1}{29}$
.....	 130.....	 $\frac{1}{44}$
.....	 110.....	 $\frac{1}{43}$
.....	 90.....	 $\frac{1}{53}$
.....	 70.....	 $\frac{1}{61}$
.....	 50.....	 $\frac{1}{58}$
.....	 38.....	 $\frac{1}{56}$

SECONDE TABLE, pour déterminer la perte de l'Électricité le long des soutiens idio-électriques imparfaits.

M O M E N T de L'EXPÉRIENCE.	D I S T A N C E des B A L L E S.	T O R S I O N du M I C R O M È T R E.	T E M P S É C O U L É entre D E U X O B S E R V A T I O N S consecutives.	F O R C E É L E C T R I Q U E perdue entre deux O B S E R V A T I O N S.	F O R C E M O Y E N N E entre deux O B S E R V A T I O N S.	R A P P O R T D E L A F O R C E É L E C T R I Q U E perdue pendant 1 minute, à celle qui reste au corps.
Première Expérience le 28 Mai.						
1. ^{re} Essai.... 10 ^h 0' 0"	30.....	150.}	2 $\frac{1}{2}$	30.....	165.....	$\frac{1}{14}$.
2. ^{me} Essai.... 10. 2. 30.	idem.....	120.}	5 $\frac{1}{2}$	40.....	130.....	$\frac{1}{18}$.
3. ^{me} Essai.... 10. 8. 0.	id.....	80.}	5.....	20.....	100.....	$\frac{1}{25}$.
4. ^{me} Essai.... 10. 13. 0.	id.....	60.}	16 $\frac{1}{2}$	40.....	70.....	$\frac{1}{29}$.
5. ^{me} Essai.... 10. 29. 30.	id.....	20.}	21.....	20.....	40.....	$\frac{1}{42}$.
6. ^{me} Essai.... 10. 50. 30.	id.....	0.}	16 $\frac{1}{2}$	10.....	25.....	$\frac{1}{41}$.
7. ^{me} Essai.... 11. 7. 0.	id.....	— 10.}				
Seconde Expérience le 29 Mai.						
1. ^{re} Essai.... 7 ^h 34' 0"	30.....	150.}	2' 40".....	20.....	170.....	$\frac{1}{23}$.
2. ^{me} Essai.... 7. 36. 40.	idem.....	130.}	4. 50.....	20.....	150.....	$\frac{1}{29}$.
3. ^{me} Essai.... 7. 41. 30.	id.....	110.}	6. 50.....	20.....	130.....	$\frac{1}{44}$.
4. ^{me} Essai.... 7. 48. 20.	id.....	90.}	7. 25.....	20.....	110.....	$\frac{1}{43}$.
5. ^{me} Essai.... 7. 55. 45.	id.....	70.}	11. 45.....	20.....	90.....	$\frac{1}{53}$.
6. ^{me} Essai.... 8. 7. 30.	id.....	50.}	17. 30.....	20.....	70.....	$\frac{1}{61}$.
7. ^{me} Essai.... 8. 25. 0.	id.....	30.}	17. 30.....	15.....	50.....	$\frac{1}{58}$.
8. ^{me} Essai.... 8. 42. 30.	id.....	15.}	22. 30.....	14.....	38.....	$\frac{1}{56}$.
9. ^{me} Essai.... 9. 5. 0.	id.....	1.....				

THE HISTORY OF THE

[Faint text in the first section, possibly a title or introductory paragraph]	
[Faint text in the second section, possibly a paragraph or list item]	
[Faint text in the third section, possibly a paragraph or list item]	
[Faint text in the fourth section, possibly a paragraph or list item]	
[Faint text in the fifth section, possibly a paragraph or list item]	
[Faint text in the sixth section, possibly a paragraph or list item]	
[Faint text in the seventh section, possibly a paragraph or list item]	
[Faint text in the eighth section, possibly a paragraph or list item]	
[Faint text in the ninth section, possibly a paragraph or list item]	
[Faint text in the tenth section, possibly a paragraph or list item]	
[Faint text in the eleventh section, possibly a paragraph or list item]	
[Faint text in the twelfth section, possibly a paragraph or list item]	
[Faint text in the thirteenth section, possibly a paragraph or list item]	
[Faint text in the fourteenth section, possibly a paragraph or list item]	
[Faint text in the fifteenth section, possibly a paragraph or list item]	
[Faint text in the sixteenth section, possibly a paragraph or list item]	
[Faint text in the seventeenth section, possibly a paragraph or list item]	
[Faint text in the eighteenth section, possibly a paragraph or list item]	
[Faint text in the nineteenth section, possibly a paragraph or list item]	
[Faint text in the twentieth section, possibly a paragraph or list item]	

$x = 0$, δ devient D égale à la densité du globe, ainsi nous aurons l'équation générale $D^2 - \delta^2 = 2.Bx$; & si dans cette équation, l'on fait $\delta = 0$, elle donnera la longueur x , où le fil commence à isoler parfaitement, & l'on aura pour lors $x = \frac{D^2}{B}$: ainsi les longueurs de différens fils de soie, ou de soutiens quelconques idio-électriques imparfaits, sont entr'eux, comme le carré des densités; lorsqu'ils commencent à isoler parfaitement, ainsi que nous l'avons trouvé par l'expérience, il est facile de voir, d'après la formule, que la courbe qui représente dans notre figure, la densité de l'électricité pour chaque point du fil de soie, est une parabole dont l'axe est BA , dont le sommet est en B , point où la densité est nulle, & dont la concavité est tournée du côté de la balle; car, puisque nous avons $(D^2 - \delta^2) = Bx$, que $AB = (\frac{D^2}{B})$, l'on aura $Bp = (\frac{D^2}{B} - x) = z$ ou $x = (\frac{D^2}{B} - z)$; substituant cette valeur de x , dans notre équation, l'on aura $(\delta^2 = Bz)$, équation à la parabole, dont le sommet est en B , l'axe Bp , & dont le paramètre est B , quantité qui croît avec l'idio-électricité du soutien.

En réfléchissant sur la théorie que nous venons de présenter, il est facile de voir que la formule qui précède, détermine la disposition du fluide électrique le long du soutien idio-électrique imparfait, en supposant que l'on a communiqué, comme nous l'avons fait dans nos expériences, une certaine dose de fluide électrique au globe soutenu par la soie; parce que pour lors ce fluide se communiquant de proche en proche le long du soutien idio-électrique, se répandra jusqu'au point B , de manière que la répulsion du fluide soit dans tous les points exactement en équilibre avec le *maximum* de résistance que la force coercitive du soutien idio-électrique peut

opposer à l'écoulement de ce fluide. Mais il faut bien remarquer que comme ce *maximum* de résistance, est une force coërcitive & non active, que l'on peut comparer à la résistance d'un frottement ; toute action répulsive du fluide électrique, moindre que le *maximum* de cette résistance, ne troublera point l'état de stabilité de ce fluide répandu suivant une loi quelconque, le long du soutien ; en sorte que, si la ligne AD , qui représente dans la figure ci-jointe la densité du globe, reste constante, que l'on prolonge d'une quantité quelconque $B B'$, l'axe AB , & que l'on décrive une courbe de densité DB'

quelle qu'elle soit, pourvu que dans tous les points, $\frac{d^2 d}{dx^2}$

soit plus petit que B , le fluide électrique répandu le long de la ligne AB' , conservera son état de stabilité, sans couler d'un point à un autre ; d'où l'on conclut qu'il y a toujours une infinité de courbes de densité DB' qui satisfont également à l'état de stabilité du fluide électrique répandu le long d'un soutien idio-électrique imparfait, & que la recherche générale de la disposition du fluide électrique dans un corps idio-électrique imparfait, est un problème indéterminé, qui, pour devenir déterminé, a besoin d'être soumis à quelques conditions particulières. Ainsi dans la courbe ADB , que nous avons trouvée, article qui précède, représentée par la formule $(D^2 - d^2) = Bx$, nous avons pour condition, que le *maximum* de la résistance idio-électrique étoit dans tous les points égal à la répulsion électrique ; cette courbe, est en outre le cas particulier du problème général indéterminé, où l'axe AB est un *minimum*. En effet, puisque dans toutes les autres courbes de densité, il faut que

$\frac{d^2 d}{dx^2}$ soit plus petit que B , si dans la courbe DB l'on

faisoit varier un seul élément, pour que l'état de stabilité ne fût pas troublé en laissant dd constant, il faudroit

nécessairement pour que $\frac{d^3 \rho}{dx^3}$ fût plus petit que B ,

augmenter la quantité dx , & alonger l'axe de la courbe.

Il résulte encore de la théorie que nous venons d'expliquer, que dans tous les corps conducteurs où le fluide électrique se répand librement, la détermination de la densité du fluide électrique pour un point quelconque, est un problème déterminé; mais que pour les corps idio-électriques imparfaits, le problème est indéterminé, une de ses limites étant cependant fixée par l'état du fluide électrique lorsqu'il est disposé dans le corps idio-électrique imparfait, de manière que dans tous les points, l'action de ce fluide soit exactement en équilibre avec le *maximum* de résistance, que la force coërcitive idio-électrique oppose, pour empêcher le fluide de couler d'un point à un autre.

Il est inutile d'avertir que d'après la théorie & les expériences qui précèdent, il faut dans plusieurs cas prendre beaucoup de précautions lorsque l'on veut avoir la force électrique d'un petit corps isolé par un soutien idio-électrique imparfait, & qu'il arrive souvent qu'après plusieurs expériences, sur-tout lorsque les premières ont été faites avec un degré de densité électrique très-considérable, le soutien idio-électrique se trouve chargé d'une certaine quantité d'électricité, dont il se dépouille difficilement, qui influe sensiblement ensuite sur les résultats; qu'à chaque expérience, il faut en même temps que l'on dépouille de son électricité le corps porté sur le soutien, en dépouiller, autant qu'il est possible, le soutien idio-électrique lui-même; qu'il faut changer de soutien à chaque expérience, lorsque la densité électrique que l'on communique est un peu forte; qu'enfin il faut toujours *être sûr* que le soutien a une force de résistance idio-électrique assez grande, pour que dans toutes les expériences, la quantité d'électricité dont il se chargera, soit beaucoup

plus petite que celle du corps conducteur dont on veut déterminer l'action.

Il est facile d'entrevoir que la théorie qui précède, peut être applicable au magnétisme ; que dans une aiguille d'acier, par exemple, la disposition du fluide magnétique pour tous les états de stabilité, est un problème indéterminé, qui ne devient déterminé que par les conditions à remplir. Ainsi, par exemple, si l'on demande la meilleure manière d'aimanter une aiguille d'inclinaison ou de déclinaison, le problème à résoudre, consiste à donner au fluide magnétique de cette aiguille, parmi toutes les dispositions dont il est susceptible, sans troubler son état de stabilité, celle où le *momentum* de la force directrice aimantaire du globe de la Terre sur cette aiguille, est un *maximum*.

Fig. 1.

Fig. 2.

QUATRIÈME MÉMOIRE SUR L'ÉLECTRICITÉ,

Où l'on démontre deux principales propriétés du
Fluide électrique :

La première, que ce fluide ne se répand dans aucun corps par une affinité chimique ou par une attraction élective, mais qu'il se partage entre différens corps mis en contact uniquement par son action répulsive ;

La seconde, que dans les corps conducteurs le fluide parvenu à l'état de stabilité, est répandu sur la surface du corps, & ne pénètre pas dans l'intérieur.

Par M. C O U L O M B.

I.

Nous avons déterminé dans les trois Mémoires qui précèdent, la loi de répulsion du fluide électrique de même nature, & celle d'attraction des deux fluides électriques de différentes natures ; & nous avons prouvé, par des expériences très-simples & qui paroissent décisives, que cette action étoit très-exactement en raison inverse du carré des distances. Nous avons également prouvé, par des expériences du même genre, que l'action, soit répulsive, soit attractive du fluide magnétique, suivoit la même loi. Dans le troisième Mémoire, nous avons déterminé suivant quelle loi la densité électrique d'un corps isolé décroissoit, soit par le contact de l'air plus ou moins humide, soit le long des soutiens idio-électriques lorsqu'ils n'ont pas une longueur

suffisante; ce qui dépend principalement, ainsi que nous l'avons vu, du plus ou moins d'idio-électricité de ces sou-
tiens, de leur plus ou moins d'affinité avec les vapeurs
aqueuses, de l'état de l'air, de la densité du fluide élec-
trique du corps isolé, & de la grosseur de ce corps.

I I.

NOUS nous servons ici de la balance décrite dans
notre premier Mémoire, imprimé dans le volume de 1785.
Tout le changement que nous y avons fait, c'est de sub-
stituer à la bande de papier collée autour du cylindre qui
renferme l'aiguille, & qui, divisée en degrés, sert à déter-
miner la distance des deux balles, un cercle de bois posé sur
quatre piliers, dont le diamètre est à peu-près double de
celui du cylindre : l'on place ce cercle de manière que
son centre se trouve dans l'à-plomb du fil qui suspend l'ai-
guille, & que la première division de ce cercle réponde
à l'alignement du fil de suspension & du centre de la
balle soutenue par l'aiguille, lorsque l'aiguille s'arrête na-
turellement, & que l'index du micromètre répond aussi à
la première division du cercle du micromètre.

Nous devons cependant avertir que depuis la lecture du
Mémoire que nous citons, & qui contient la description de
cette balance, nous en avons construit plusieurs autres d'une
forme différente: la plus grande est carrée, elle a trente-deux
pouces de côté, vingt pouces de hauteur, elle est fermée sur
les côtés par quatre glaces fixées par un enduit idio-élec-
trique, dans des châssis très-légers de bois passés au four,
enduits à chaud d'un vernis formé de gomme-laque & de
térébenthine. Au-dessus de la boîte, est une traverse qui
porte un cylindre vertical de verre de quinze pouces, sur-
monté d'un micromètre; un cercle placé en-dehors de cette
boîte sert à mesurer la distance des balles. Dans cette balance,
l'on peut faire des expériences avec des globes électrisés
de quatre à cinq pouces de diamètre : dans la première
balance dont le cylindre n'a qu'un pied de diamètre, l'on

ne pouvoit employer que des globes tout au plus d'un pouce de diamètre. Mais il faut remarquer qu'il y a ici beaucoup de cas où les expériences en petit sont plus décisives que celles en grand, parce que l'attraction ou la répulsion du fluide électrique étant pour chaque élément, en raison inverse du carré des distances, pour que les résultats soient simples, il faut presque toujours que la distance des corps dont on veut mesurer l'action réciproque, soit beaucoup plus grande que les dimensions particulières de ces corps.

III.

PREMIER PRINCIPE.

Le fluide électrique se répand dans tous les corps conducteurs suivant leur figure, sans que ce fluide paroisse avoir de l'affinité ou une attraction élective pour un corps préférablement à un autre.

J'AI suspendu dans le trou de la balance, à la hauteur de la balle de l'aiguille, une petite balle de cuivre de huit lignes de diamètre, soutenue par un petit cylindre de gomme-laque. Le centre de cette balle étoit placé de manière qu'il répondoit à l'alignement du fil de suspension, & de la première division du cercle placé en dehors de la balance. La balle de l'aiguille qui touchoit contre la balle de cuivre, se trouvoit par-là éloignée de la position où la torsion est nulle, de la somme des demi-diamètres des deux balles en contact.

I.^{re}
Expérience.

L'on a électrisé les deux balles par le procédé décrit dans le premier Mémoire; l'aiguille a été chassée à peu-près vers 48 degrés. Au moyen du bouton du micromètre l'on a tordu le fil de suspension de 120 degrés, pour ramener la balle de l'aiguille vers celle de cuivre, & l'on a attendu que l'aiguille cessa d'osciller; elle s'est arrêtée

à 28 degrés : dans cet état, j'ai fait tout de suite toucher la balle de cuivre de huit lignes de diamètre par une balle de sureau, exactement de la même grosseur, soutenue par un petit cylindre de gomme-laqué. En retirant la balle de sureau, l'aiguille s'est rapprochée de la balle de cuivre; & pour la ramener à la première distance de 28 degrés, j'ai été obligé de détordre le fil; en sorte que le micromètre, avant le contact, marquoit 120 degrés, qu'après le contact, il ne marquoit plus que 44 degrés.

2.^{me}
Expérience.

Au lieu de la balle de cuivre, j'ai suspendu dans le trou de la balance, au moyen d'un petit cylindre de gomme-laqué, un cercle de fer de dix lignes de diamètre, dont le plan vertical passoit par le point zéro du cercle extérieur à la balance qui sert à mesurer la distance des balles, & par le fil de suspension de l'aiguille. Ayant ensuite, comme dans l'expérience précédente, électrisé la balle de l'aiguille & le plan de fer, la balle de l'aiguille a été chassée; j'ai tordu le fil de suspension pour ramener l'aiguille vers le plan de fer, & au moyen de 110 degrés de torsion, l'aiguille s'est arrêtée à 30 degrés de ce plan. J'ai fait toucher tout de suite le cercle de fer par un petit cercle de papier qui étoit exactement du même diamètre, & après avoir retiré le cercle de papier, j'ai trouvé que pour que l'aiguille s'arrêtât sur 30 degrés, il falloit réduire la torsion à un peu moins de 40 degrés.

I V.

Résultat des deux Expériences.

DANS la première expérience, la balle de cuivre, avant le contact de la balle de sureau, chassoit l'aiguille à 28 degrés, le micromètre marquant 120 degrés; ainsi la force de torsion étoit pour lors 148 degrés. Après que la balle de sureau a eu touché la balle de cuivre, cette dernière a repoussé l'aiguille à 28 degrés, le micromètre marquant seulement 44 degrés; en sorte que la force de torsion

totale, égale à la force répulsive des deux balles étoit de 72 degrés; mais il y a eu à peu-près une minute d'intervalle entre les deux observations, & la force électrique diminuoit d'un cinquantième par minute le jour de cette expérience: ainsi la force totale de torsion auroit été à-peu-près de $73^{\text{d}} \frac{1}{2}$, si l'électricité n'eût pas diminué d'un cinquantième. Cette quantité ne diffère que d'un demi-degré, ou de $\frac{1}{147}$ de 74 degrés, moitié de la première force de torsion 148 qui mesure la répulsion électrique avant le contact; ainsi, puisque dans les deux observations, la distance des deux balles est exactement la même, & que l'action est en raison inverse du carré des distances & directe de densités du fluide électrique, il en résulte que la balle de sureau a pris exactement la moitié du fluide électrique de la balle de cuivre; ainsi la balle de métal n'a pas une affinité ou attraction élective pour le fluide électrique plus grande que celle de sureau.

Dans la seconde expérience, où le cercle de fer étoit touché par un cercle de papier exactement du même diamètre, le fluide électrique s'est encore partagé également entre les deux cercles. L'on a fait ces expériences avec des balles de différentes matières, on les a répétées dans la grande balance avec des globes de cinq ou six pouces, & l'on a toujours eu les mêmes résultats.

V.

PREMIÈRE REMARQUE.

IL faut observer que lorsque deux corps égaux & semblables mis en contact, sont parfaitement conducteurs comme tous les métaux, il ne faut qu'un seul instant inappréciable pour que l'électricité se partage également entre les deux corps. Mais lorsqu'un des deux est conducteur imparfait, tel par exemple que notre plan de papier, il faut souvent plusieurs secondes avant que le cercle de papier ait pris exactement la moitié du fluide électrique du cercle de métal,

ce qui dépend non-seulement de la qualité plus ou moins conductrice des deux corps, mais encore de leur étendue réciproque & de la manière dont ils sont mis en contact. Dans le Mémoire qui précède, nous avons déjà tâché d'expliquer comment la force coërcitive des soutiens idio-électriques imparfaits ne permet au fluide électrique de s'étendre & de pénétrer que jusqu'à une certaine distance du corps conducteur chargé d'électricité.

V I.

S E C O N D E R E M A R Q U E.

IL faut encore observer, en répétant la seconde expérience, de placer dans le contact les deux cercles symétriquement, en sorte, par exemple, que le limbe de l'un ne touche pas, en formant un angle, un point de la surface de l'autre, car pour lors le fluide électrique se partageroit d'une manière inégale entre les deux cercles: dans l'expérience précédente, je fais toucher le limbe d'un des cercles par le limbe de l'autre, en ayant soin de le tenir dans le même plan.

V I I.

D E U X I È M E P R I N C I P E.

Dans un Corps conducteur chargé d'Électricité, le fluide électrique se répand sur la surface du corps, mais ne pénètre pas dans l'intérieur du corps.

LES expériences destinées à prouver cette proposition, exigent des électromètres beaucoup plus sensibles que tous ceux qui sont en usage. Voici celui dont je me sers: l'on tire, en faisant chauffer à une bougie, un fil de gomme-laque de la grosseur à peu-près d'un fort cheveu; on lui donne dix à douze lignes de longueur; une de ses extrémités est attachée au haut d'une petite épingle sans tête, suspendue

suspendue à un fil de soie, tel que le donne le ver à soie; à l'autre extrémité du fil de gomme-laque, l'on fixe un petit cercle de clinquant de deux lignes à peu-près de diamètre : l'on suspend ce petit électromètre dans un cylindre de verre; sa sensibilité est telle, qu'une force d'un soixante millièrne de grain chasse l'aiguille à plus de 90 degrés. Je donne à cet électromètre un foible degré d'électricité, de la nature de celle que je veux communiquer au corps qui doit être soumis aux expériences, & je le suspends dans un cylindre de verre, pour le mettre à l'abri des courans d'air; cela fait, je place un corps solide, d'une figure quelconque, percé de plusieurs trous qui ont peu de profondeur, sur un support idio-électrique qui l'isole. Le corps que je vais soumettre aux expériences, est un cylindre de bois solide, de quatre pouces de diamètre, percé de plusieurs trous de quatre lignes de diamètre & de quatre lignes de profondeur.

V I I I.

JE pose ce cylindre sur un support idio-électrique; au Expérience.
moyen de la bouteille de Leyde, ou du plateau métallique d'un électrophore, je lui donne une ou plusieurs étincelles électriques. J'isole à l'extrémité d'un petit cylindre de gomme-laque d'une ligne de diamètre, un petit cercle de papier doré d'une ligne & demie de diamètre.

Premier essai. Le clinquant de l'électromètre étant électrisé, je fais toucher la surface du cylindre électrisé, par le petit cercle de papier doré, je le présente à l'électromètre; l'aiguille de cet électromètre est chassée avec force.

Deuxième essai. Mais si j'introduis le petit cercle de papier dans un des trous du cylindre, & que je lui fasse toucher le fond d'un de ces trous; que je le présente ensuite au clinquant soutenu à l'extrémité de l'aiguille de l'électromètre, cette aiguille ne donnera aucun signe d'électricité.

Mém. 1786.

K

Explication & résultat de cette Expérience.

Je fais toucher , dans le premier essai , le petit plan de papier doré à la surface du cylindre ; comme ce plan n'a qu'un dix-huitième de ligne d'épaisseur , il devient une partie de la surface de ce cylindre , & prend par conséquent une quantité de fluide électrique , égale à celle que contient une partie de la surface égale à ce petit cercle. Dans cet essai , le petit cercle se trouve chargé d'une quantité d'électricité qui est non-seulement sensible à notre petit électromètre , mais dont on peut même mesurer exactement l'intensité , au moyen de notre balance électrique.

Dans le deuxième essai , nous faisons toucher le petit cercle de papier doré , au fond d'un des trous du cylindre , quatre lignes à peu-près au-dessous de la surface , ou à vingt lignes de son axe ; en retirant avec soin ce petit cercle , sans qu'il touche au bord du trou , nous trouvons , en le présentant à l'aiguille de l'électromètre , ou qu'il ne donne aucun signe d'électricité , ou qu'il donne des signes très-foibles d'électricité contraire à celle du cylindre : il est donc clair que dans cette expérience il n'y a point de fluide électrique dans l'intérieur du corps , même très-près de sa surface.

Les signes d'électricité contraire , que l'on aperçoit seulement quelquefois , tiennent à ce que lorsque le petit cylindre de gomme-laque est introduit dans les trous , l'action électrique de la surface du corps électrisé donne , en dehors de ce corps , au fil de gomme-laque , une petite électricité d'une nature différente de la sienne , parce que ce petit fil de gomme-laque se trouve isolé dans sa sphère d'activité. La preuve que tout se passe ainsi , que ce petit degré d'électricité existe dans le fil de gomme-laque , & non dans le petit cercle de papier doré qui a été mis en

contact avec un point intérieur du corps, c'est que si l'on touche ce cercle, l'on ne détruit pas cette petite électricité, qui est toujours très-foible lorsque la gomme-laque est pure, & que l'air n'est pas très-humide.

X.

CETTE propriété du fluide électrique de se répandre sur la surface des corps conducteurs, & de ne point pénétrer dans l'intérieur de ces corps lorsque ce fluide est parvenu à l'état d'équilibre, est une conséquence de la loi de la répulsion de ses élémens, en raison inverse du carré des distances, loi que nous avons trouvée dans notre premier Mémoire: mais comme c'est l'expérience, & non la théorie, qui nous a conduits, nous avons cru devoir suivre la même marche dans l'exposé de nos recherches; voyons actuellement comme la théorie généralise le résultat annoncé par l'expérience.

X I.

THÉORÈME.

TOUTES les fois qu'un fluide renfermé dans un corps où il peut se mouvoir librement, agit par répulsion dans toutes ses parties élémentaires, avec une force moindre que la raison inverse du cube des distances, telle que seroit, par exemple, l'inverse de la quatrième puissance; pour lors l'action de toutes les masses de ce fluide qui sont placées à une distance finie d'un de ses élémens, est nulle relativement à l'action des points de contact; c'est ce que nous avons prouvé dans une note de notre second Mémoire imprimé dans le volume de l'*Académie*, 1785. Ainsi, le fluide qui doit son électricité à cette loi de répulsion, se répandra uniformément dans le corps; mais toutes les fois que l'action répulsive des élémens du fluide qui produit son élasticité est plus grande que l'inverse du cube, telle, par exemple, que nous l'avons trouvée pour

l'électricité en raison inverse du carré des distances; pour lors, l'action des masses du fluide électrique placée à une distance finie d'un des élémens de ce fluide, n'étant pas infiniment petite relativement à l'action élémentaire des points en contact, tout le fluide doit se porter à la surface du corps, & il ne doit point en rester dans son intérieur.

Démonstration.

DANS un corps d'une figure quelconque AaB , que je

suppose rempli de fluide dont les parties élémentaires agissent l'une sur l'autre en raison inverse du carré des distances, j'élève à un point a une normale ab infiniment petite; & par le point b , je fais passer un plan perpendiculaire à cette normale, qui divise le corps en deux parties, l'une infiniment petite $daeb$, l'autre finie $dAFBe$. Ainsi, en décomposant suivant ab , toutes les forces avec lesquelles la partie

infiniment petite $daeb$ agit sur le point b , elle doit faire équilibre à l'action résultante, suivant ba , de toute la masse du fluide répandu dans le corps $dAFBe$. Imaginons actuellement sur le plan dbe , de l'autre côté de a , une petite calotte dce exactement égale à la calotte dae , en prolongeant ab jusqu'en c , cb sera égale à ab . Mais si le fluide est répandu dans tout le corps, pour que la loi de continuité existe, il faut, puisque ac peut être diminué à l'infini, que la densité du fluide au point c soit égale à celle du point a , ou au moins n'en diffère que d'une quantité que l'on peut diminuer à l'infini. Ainsi, la seule petite masse de fluide électrique contenue dans la calotte dcb , doit faire équilibre à celle contenue dans la calotte $daeb$;

d'où il résulte que l'action de toute la masse de fluide qui seroit contenue dans le reste du corps doit être nulle; ce qui ne peut avoir lieu lorsque l'action des masses placées à une distance finie d'un point du fluide, n'est pas infiniment petite relativement à l'action d'un élément du corps en contact avec ce point, à moins que la densité de ces masses ne soit nulle. D'où résulte que dans l'état de stabilité du fluide électrique, tout ce fluide se portera à la surface du corps, & qu'il n'y en aura point dans l'intérieur.

La première partie du théorème, que le fluide doit se répandre uniformément dans le corps, lorsque l'action des élémens en contact est infinie relativement à l'action des masses finies qui sont à une distance finie de ces mêmes élémens, n'a pas besoin de démonstration.

X I I.

NOUS verrons dans un des Mémoires qui suivront celui-ci, quelle est la densité électrique de chaque point de la surface d'un corps, d'une figure donnée, & quel est l'état des particules idio-électriques de l'air immédiatement en contact avec ces surfaces.

M É M O I R E
S U R L A S T R U C T U R E
D U C R I S T A L D E R O C H E.

Par M. l'Abbé H A Ü Y.

20 Mai
1786.

LES diverses configurations des molécules intégrantes que la Nature emploie à la formation des cristaux qui appartiennent aux différentes substances minérales, doivent nécessairement apporter des changemens plus ou moins sensibles dans la manière dont ces molécules sont assorties entr'elles. Cet assortiment paroît de plus subordonné à une loi, qui exige que toutes les forces correspondantes des molécules, soient respectivement parallèles. Tant que ces molécules sont des parallélipèdes, on conçoit qu'elles doivent s'appliquer par leurs faces, de manière que si le contact étoit parfait, elles ne laisseroient aucun vide intermédiaire. Il y a encore plusieurs formes qui se prêtent à cet arrangement, telles que celle du prisme droit triangulaire, celle du tétraèdre à plans triangulaires isocèles, semblable à la molécule du grenat, &c. Mais les observations que présente la structure de certains cristaux, lorsqu'on essaie de saisir les joints naturels de leurs lames composantes, font présumer que le mécanisme de la cristallisation n'est pas limité aux seules formes capables de remplir exactement un espace autour d'un point donné. Il existe très-probablement d'autres formes qui, pour produire des corps réguliers, & satisfaire aux loix que subit la cristallisation, doivent s'appliquer, tantôt par leurs bords, tantôt par certaines portions de leurs faces, en sorte qu'il reste entre elles des interstices ou des vacuoles, dont les figures sont similaires comme celles des molécules elles-mêmes. J'ai déjà

CINQUIÈME MÉMOIRE SUR L'ÉLECTRICITÉ.

De la manière dont le fluide électrique se partage entre deux corps conducteurs mis en contact, & de la distribution de ce fluide sur les différentes parties de la surface de ces corps.

Par M. COULOMB.

I.

Nous avons vu dans notre quatrième Mémoire sur l'électricité, imprimé dans le volume de l'Académie de 1786, que le fluide électrique se répandoit également dans tous les corps, pourvu qu'ils fussent de nature conductrice : ainsi un globe de métal étant touché par un globe de bois d'un égal diamètre, l'électricité se partage également entre les deux globes ; l'expérience a donné ce résultat d'une manière incontestable.

Nous avons également vu dans le même Mémoire, que le fluide électrique dans l'état de stabilité se répandoit uniformément sur la surface des corps, sans pénétrer d'une manière sensible dans l'intérieur de ces corps. L'expérience a fait connoître cette loi, & la théorie a prouvé qu'elle étoit une suite de l'action répulsive ou attractive des molécules du fluide en raison inverse du carré des distances.

Nous allons actuellement chercher dans quels rapports le fluide électrique se partage entre deux corps inégaux de la même figure, ou d'une figure différente lorsque l'on met ces deux corps en contact, & quelle est la densité de ce fluide dans les différens points de la surface de chacun de ces corps, densité qui varie pour chaque point, suivant la figure du corps. Mais comme nous nous sommes souvent servi dans les expériences qui vont suivre, pour mesurer l'électricité, d'une

balance de torsion plus grande que celle qui est décrite dans notre premier Mémoire, il est nécessaire d'en donner ici la figure & la description.

La *figure 1, n.º 1*, représente cette nouvelle balance; la caisse *AB* est carrée & formée par quatre glaces de deux pieds de longueur sur 15 à 16 pouces de hauteur; elle se pose sur une table séchée & enduite de vernis idio-électrique. Cette boîte est couverte par plusieurs morceaux de glaces mobiles & formant une échancrure vers *c*, pour qu'on puisse y introduire le globe *a*, soutenu par un petit cylindre *ac* de gomme-laque; ce cylindre est terminé par un petit bâton cylindrique séché au four & enduit de gomme-laque, qui passe par un trou du soutien *cd*, dans lequel il est arrêté par une vis; ce soutien destiné à introduire le globe *a* dans la balance, se voit plus en détail *fig. 3*: le châssis 1, 2, 3, 5, sert à porter le tuyau vertical 6, 7. Ce tuyau de 12 à 15 pouces de hauteur est de verre; à l'extrémité de ce tuyau en 7, est placé le micromètre de torsion qui se voit en détail *fig. 2, n.º 1 & n.º 2*.

Le cercle 3, 4, 0, qui tient au châssis, forme une demi-circonférence, ayant à peu-près 4 pieds de diamètre; il est divisé en 90 degrés, à partir de son milieu 0; son centre répond à l'aplomb 7, 8, qui soutient la pince 8, 9; à cette pince est attaché horizontalement un fil de gomme-laque 8 *b*, terminé en *b* par un petit plan de papier doré.

La *figure 1, n.º 2*, représente une balance du même genre, mais encore plus simple; elle a pour base, *fig. 1, n.º 3*, un cadre de bois séché au four, dans lequel l'on voit en *a* & *b* deux mortoises qui soutiennent le châssis vertical. On a tracé sur ce cadre une rainure 1, 2, 3, 4, qui doit recevoir les quatre glaces verticales qui forment la boîte de la balance de torsion; 5, 6, 7, 8, représente le vide du cadre que l'on ferme, soit avec une glace, soit avec un petit cadre garni en taffetas enduit d'un vernis idio-électrique.

A la place du cercle 3, 4, 0, de la *figure 1, n.º 1*, l'on colle sur une des glaces *fig. 1, n.º 2*, une bande de papier

1, 2, divisée en degrés, depuis son point du milieu *o*, jusqu'à ses extrémités, suivant la tangente d'un cercle qui a son centre dans l'aplomb *f k*. Les quatre verres qui forment la boîte, sont garnis tout autour avec des rubans de soie qui y sont collés, & auxquels l'on a attaché d'autres petits rubans, pour pouvoir lier entr'eux ces verres & les démonter à volonté. Le tuyau de verre *ef*, garni d'une petite boîte de bois en *e*, se monte à vis sur la traverse *bc*, ainsi que toutes les parties de la machine.

La figure 2, n.^o 1, représente en perspective les différentes parties du micromètre de cuivre placé au haut du tuyau. La fig. 2, n.^o 2, représente une coupe verticale de ce micromètre ; il est composé de plusieurs pièces : 1.^o d'un tuyau de cuivre, 1, 2, 3, 4, dans lequel entre d'abord l'anneau 5, 6, qui repose sur un bourlet de ce tuyau ; cet anneau n'a qu'une simple division *of*, répondant & divisée en 5 degrés. Le cercle 7, 8, qui forme le chapeau du micromètre, est divisé de 5 en 5 degrés sur toute sa circonférence. Dans ce chapeau entre fig. 2, n.^o 2, la tige 9, 10 qui pince en 10 le fil de suspension 10, 11 ; cette pince peut tourner à frottement assez fort dans un anneau du chapeau, & sert à diriger à peu-près vers le point *o* l'aiguille *ke*, fig. 1, n.^o 2. Quand on veut mettre la balance en état d'opérer, l'on observe, en alignant par le fil de suspension & par le plan *e* de papier doré attaché verticalement, à quelle distance du point *o* répond l'aiguille ; si elle répondoit par exemple à 5 degrés, en tournant le chapeau de 5 degrés, l'on sera sûr de faire coïncider la direction de l'aiguille au point *o* : l'on ramène ensuite le point *o*, fig. 2, n.^o 1, du cercle 5, 6, sur lequel nous avons dit qu'il y avoit une division *of* de 5 degrés au point *o* du chapeau 7, 8, divisé de 5 en 5 degrés ; pour lors l'anneau 5, 6, & le chapeau 7, 8, qui sont placés, fig. 2, n.^o 2, à une distance très-petite l'un de l'autre, & seulement suffisante pour ne pas se toucher, peuvent se mouvoir indépendamment l'un de l'autre ; ainsi le point *o* restant immobile dans le cercle 5, 6,

dans le temps que l'on tourne le chapeau 7, 8, l'angle de torsion du fil de suspension sera mesuré par l'angle de rotation du chapeau, plus, par la distance de l'aiguille au point *o*, lorsque le plan *b* de cette aiguille, *fig. 1, n.º 1*, sera électrisé & repoussé par le globe *a* également électrisé. Nous nous servons dans cette balance pour suspendre l'aiguille, d'un fil de cuivre numéroté 12 dans le commerce. Nous avons fait voir en 1784, dans les Mémoires de l'Académie, que cette espèce de fil avoit un très-grand degré d'élasticité, & il seroit préférable dans les petites expériences au fil d'argent, si l'on pouvoit le tirer aussi fin.

I I.

NOUS avons employé deux méthodes pour déterminer la manière dont le fluide électrique se partage entre deux corps mis en contact.

La première consiste à placer le corps électrisé dans la balance électrique, après avoir électrisé de la même nature d'électricité le petit cercle de papier doré placé à l'extrémité de l'aiguille. L'on ramène ensuite, au moyen du micromètre de torsion, l'aiguille qui est repoussée par l'action électrique, à une distance quelconque du corps électrisé, l'angle de torsion donné par le micromètre, plus, la distance de l'aiguille au point *o*, mesurera à cette distance des deux corps, l'action répulsive qu'ils exercent l'un sur l'autre. L'on fait ensuite toucher le corps électrisé placé dans la balance, au corps avec lequel l'on veut qu'il partage son électricité; & en détordant, au moyen du micromètre, le fil de suspension, l'on ramène l'aiguille à la distance du corps placé dans la balance qui avoit été observée à la première opération. L'angle de torsion mesuré au micromètre, plus, la distance de l'aiguille au point *o*, mesurera la quantité d'électricité qui a été laissée au corps placé dans la balance par le corps qu'on lui a mis en contact. En effet, la distance est la même entre l'aiguille & le globe électrisé dans la première & la deuxième observation, mais l'action

l'action de chaque élément du fluide électrique est, ainsi que nous l'avons prouvé dans les Mémoires qui précèdent, en raison inverse du carré des distances, & directe des densités : ainsi, comme ici les distances sont les mêmes dans les deux opérations, l'action répulsive mesurée par l'angle de torsion, sera proportionnelle à la quantité de fluide électrique.

Dans cette opération, à moins que le temps ne soit très-séc, il faut avoir égard à la quantité de l'électricité qui se perd dans l'intervalle des observations.

I I I.

LA méthode qui précède, nous donne en masse le rapport des quantités d'électricité partagées entre les deux corps; mais lorsque je veux avoir la densité électrique dans chaque point d'un corps conducteur, voici la méthode que je suis.

L'on se sert de la petite balance décrite en 1785, dans les Mémoires de l'Académie, ou bien l'on substitue un fil d'argent très-fin dans la balance, *fig. 2, n.^o 1*, au fil de cuivre qui soutient l'aiguille *ke*. La force de torsion du fil d'argent dont je me sers, n'est guère que le trentième de celle du fil de cuivre numéroté 12 dans le commerce.

L'on tire ensuite, *fig. 3*, un fil de gomme-laque *cde*, en faisant fondre à la bougie un petit morceau de gomme-laque très-pure; ce fil de gomme-laque de la grosseur à peu-près d'un gros crin, forme un angle en *d*; l'on attache en *e* verticalement un plan *e* de papier doré.

Après avoir électrisé le plan de l'aiguille par les moyens indiqués en 1785, l'on électrise le corps, & l'on fait ensuite toucher le plan de papier *e*, soutenu par le fil de gomme-laque & la pince *bA*, au point du corps dont on veut avoir la densité; l'on place ensuite ce petit plan dans la balance, en ayant soin dans les observations que l'on veut comparer, de le mettre toujours au même point, ce qui est facile, en fixant des points de repaires sur le couvercle de la balance, pour poser toujours très-exactement *bA* dans le même endroit. Comme le petit plan *e* n'a

ordinairement que 5 ou 6 lignes de diamètre, & qu'un dix-huitième de ligne d'épaisseur, il se confond dans le contact avec la surface qu'il touche; ainsi dans le contact il prend ou la densité du point de la surface qu'il touche, ou au moins une densité proportionnelle à celle de ce point; ainsi en le faisant toucher successivement à différens points du corps, & le présentant après chaque contact à l'aiguille, ramenant toujours l'aiguille au même point, l'on aura le rapport des densités des différens points touchés.

Dans la comparaison des observations qui se succèdent, il faut avoir égard à la perte de l'électricité par le contact de l'air; mais l'on supplée facilement à cette correction, si l'on compare toujours deux points par trois opérations faites à des intervalles de temps à peu-près égaux: voici la méthode dont je me sers pour comparer deux points. Je touche d'abord un des points, & j'en détermine la densité en plaçant dans la balance le petit plan de papier qui a touché; je touche dans la seconde opération le point dont je veux comparer la densité à celle du premier, j'en détermine la densité; je touche à la troisième opération le premier point dont j'ai déterminé la densité à la première opération; j'en détermine de nouveau la densité, que je trouve moindre qu'à la première opération, parce que l'électricité a été diminuée dans l'intervalle par le contact de l'air; mais en prenant une quantité moyenne entre les deux densités trouvées à la première & troisième observations, j'ai la mesure de sa valeur au moment de la seconde observation, moment où j'ai déterminé la densité du second point que je veux comparer au premier.

Dans cette seconde méthode, qui est en général la plus commode, la plus simple & peut-être la plus exacte pour comparer la densité électrique des différens points d'un même ou de différens corps, qui n'exige d'ailleurs que des balances de torsion d'un petit volume, il se présente quelquefois une difficulté pratique qui troubleroit tous les résultats, si l'on n'en étoit pas prévenu; c'est que les fils

de gomme-laque ne sont pas parfaitement impénétrables à l'électricité; qu'ils le sont moins les jours humides que les jours très-secs; qu'ils le sont encore plus ou moins suivant la nature de la gomme-laque: la moins claire est généralement plus impénétrable à l'électricité que l'autre. Cette première tirée en fil de la grosseur d'un gros crin, doit encore être éprouvée en la faisant toucher par sa pointe *e* où l'on veut attacher, *fig. 3*, le petit plan *e*, à un corps électrisé; on la présente ensuite à l'aiguille de la balance également électrisée. Si l'extrémité de ce fil paroît chasser l'aiguille sensiblement, il faut le rejeter & n'employer que les fils de gomme-laque qui, après avoir touché un corps électrisé, n'ont aucune action sensible sur l'aiguille de la balance. L'on sent que le motif de cette observation tient à ce que, lorsque l'électricité a pénétré le fil de gomme-laque, il ne s'en dépouille ensuite que très-difficilement: ainsi dans la comparaison de deux opérations successives où le petit plan de papier doré aura d'abord touché un point électrisé fortement, si dans une seconde opération l'on fait toucher ce plan à un point faiblement électrisé, le fil de gomme-laque conservera une partie de la première électricité dont il aura été pénétré, & l'action sera plus grande que celle qui seroit seulement dûe à la densité communiquée dans le deuxième contact au plan de papier doré. Ainsi toutes les fois que l'on peut employer des grandes surfaces pour mesurer la densité des différens points d'un corps, il faut les préférer; l'on en verra plusieurs exemples dans la suite de ce Mémoire.

I V.

PREMIÈRE SECTION.

De la manière dont le fluide électrique se partage entre deux globes de différens diamètres mis en contact.

L'ON a placé dans la grande balance, *fig. 1*, n.^o 1, dont l'aiguille est soutenue par un fil de cuivre numéroté 12 dans

PREMIÈRE
EXPÉRIENCE.

H h h ij

le commerce, un globe électrisé de six pouces trois lignes de circonférence; l'on a observé la force de torsion qu'il falloit employer pour ramener l'aiguille à trente degrés de distance de ce globe; l'on a fait tout de suite toucher ce premier globe à un autre globe de vingt-quatre pouces de circonférence, & en ramenant l'aiguille au même point, l'on a de nouveau observé la force de torsion : voici le résultat de cette expérience.

Premier Essai. Le globe placé dans la balance, chassoit l'aiguille à 30^d avant le contact, avec une force de torsion de..... 145^d

Le même globe, après son contact avec le gros globe, chassoit l'aiguille à 30^d avec une force de torsion de.. 12.

Deuxième Essai. Le même globe, avant le contact, chassoit l'aiguille à une distance de 30^d avec une force de 145^d

Après le contact, avec une force de..... 12.

Troisième Essai. Avant le contact, l'aiguille étoit chassée à 26^d avec une force de..... 259^d

Après le contact, avec une force de..... 21.

Quatrième Essai. Avant le contact, l'aiguille étoit chassée à 22^d avec une force de torsion de..... 255^d

Après le contact, avec une force de..... 21.

Cinquième Essai. Avant le contact, le globe chassoit l'aiguille à 18^d avec une force de..... 231^d

Après le contact, avec une force de..... 19.

Résultat de cette expérience.

LES deux globes mis en contact, ayant l'un six pouces un quart de circonférence, l'autre vingt-quatre pouces, le rapport de leur surface est à peu - près :: 14,8 : 1,0 ; mais chaque essai a été exécuté dans moins d'une minute, & l'électricité ne diminuoit que d'un quarantième par minute

le jour de cette expérience. Pour pouvoir comparer à présent la quantité d'électricité qu'a conservé le petit globe après le contact avec celle qu'il a perdue, ou ce qui revient au même, qu'il a communiquée au gros globe par le contact, il faut observer, comme nous l'avons déjà dit plus haut, que dans chaque essai, la distance du centre du globe placé dans la balance, & du plan de papier doré fixé verticalement à l'extrémité de l'aiguille de la balance, est la même dans les deux observations avant & après le contact; qu'ainsi l'action du globe, sur un point électrique placé en dehors de ce globe, étant mesurée par l'inverse du carré des distances de ce centre & la raison directe des quantités d'électricité répandues sur la surface du globe; puisque la distance est la même dans les deux observations consécutives de chaque essai; l'action du globe sur le plan de l'aiguille, sera proportionnelle aux quantités d'électricité que contient le globe avant & après le contact; mais cette action étant proportionnelle à l'angle de torsion, il en résulte que la quantité d'électricité que contient le petit globe avant & après le contact, est proportionnelle à l'angle de torsion.

Dans le premier essai, la force de torsion pour une distance de 30^d entre l'extrémité de l'aiguille & le centre du globe est, avant le contact, de 145^d ; elle est réduite à 12^d après le contact: ainsi pour avoir la quantité d'électricité qu'a pris le gros globe, il faut retrancher 12^d de 145 . Il en résultera que dans le contact, le globe de vingt-quatre pouces de circonférence a pris une masse d'électricité mesurée par 133^d ; & n'en a laissé au petit globe qu'une mesurée par 12^d : ainsi les quantités de l'électricité partagées entre ces deux globes sont très-approchant :: $11,1 : 1,0$.

En suivant le même procédé, l'on trouvera ce rapport presque exactement le même pour tous les autres essais.

Mais les surfaces des deux globes mis en contact, sont entr'elles dans le rapport de $14,8$ à $1,0$; ainsi les deux globes mis en contact ne se chargent pas de fluide électrique dans un rapport aussi grand que leurs surfaces. Si

d'après cette expérience l'on veut déterminer le rapport de la densité du fluide électrique qui se répand, après le contact, uniformément sur la surface des deux globes, sans pénétrer dans l'intérieur des deux globes, ainsi que nous l'avons prouvé dans notre quatrième Mémoire, il faut diviser le rapport des surfaces des deux globes par le rapport des quantités d'électricité qu'ils contiennent; ainsi le rapport des surfaces étant :: 14,8 : 1,0, & celui des quantités de fluide électrique :: 11,1 : 1,0, la densité moyenne du fluide électrique répandu après le contact sur la surface du petit globe, sera à celle du gros globe :: 14,8 : 11,1.

Pour le prouver, soit S la surface du gros globe, Q la quantité de fluide électrique répandue sur sa surface après le contact, D la densité de ce fluide.

Soit S' la surface du petit globe, Q' la quantité de fluide électrique, D' sa densité, l'on aura

$$D' = \frac{Q'}{S'}, \text{ \& } D = \frac{Q}{S}; \text{ ainsi } \frac{D'}{D} = \frac{Q' S}{S' Q}.$$

Dans notre expérience, $\frac{Q'}{Q} = \frac{1,0}{11,1}$, & $\frac{S}{S'} = \frac{14,8}{1,0}$; ainsi $\frac{D'}{D} = \frac{14,8}{11,1} = 1,33$.

Nous négligeons ici la quantité d'électricité perdue à chaque essai d'une observation à l'autre; elle n'étoit guère que d'un cinquantième le jour où cette expérience a été faite, parce que chaque observation ne duroit que 50 secondes, & que l'électricité des globes ne diminuoit pas tout-à-fait d'un quarantième par minute.

V.

SECONDE
EXPÉRIENCE. L'ON a voulu comparer dans cette expérience, la quantité d'électricité que prend un globe de onze pouces & demi de tour, mis en contact avec un globe de six pouces un quart de tour, placé dans la balance au même point, avant & après le contact, comme dans l'expérience qui précède.

Premier essai. Le globe de six pouces un quart de circon-

férence, électrisé & placé dans la balance, chasse, avant le contact, le plan de l'aiguille à 27 degrés, avec une force de torsion de..... 170^d

Après le contact, avec une force de..... 42.

Deuxième essai. Avant le contact, il chasse l'aiguille à 26 degrés, avec une force de torsion de..... 169^d

Après le contact, avec une force de..... 41.

V I.

Résultat de cette Expérience.

DANS cette expérience, l'on compare deux globes dont les surfaces sont entr'elles :: 3,36 : 1.

En calculant les deux essais, l'on trouve qu'après le contact, la masse du fluide électrique du gros globe est à celle du petit,

Par le premier essai, :: 3,05 : 1,00,

Par le deuxième essai, :: 3,12 : 1,00.

6,17,

ce qui donne pour le rapport moyen 3,08 : 1,00.

Ainsi par un calcul analogue à celui qui termine le *précédent article*, l'on trouvera la densité du petit globe à la densité du gros globe :: 3,36 : 3,17, :: 1,06 : 1.

Ainsi dans cette expérience où les surfaces sont à peu près dans le rapport de $3\frac{1}{3}$ à 1, les densités électriques diffèrent très-peu entr'elles.

V I I.

LORSQUE le globe que l'on veut comparer est très-petit relativement à celui avec lequel on le met en contact, pour lors la quantité de fluide électrique qui reste au petit globe après le contact, est presque insensible; & à moins que l'air ne soit très-sec, que les soutiens ne soient très-idio-électriques, & que l'on n'ait chargé le petit globe,

avant son contact, d'une électricité très-dense, l'on ne peut évaluer qu'à peu-près par la méthode qui précède, suivant quels rapports le fluide électrique se partage entre les deux globes. Voici dans ce cas le moyen dont j'ai fait usage : j'électrise le gros globe placé (*fig. 4*) hors de la balance, sur un soutien idio-électrique; après avoir également électrisé le plan de l'aiguille, je fais toucher le petit globe au gros globe électrisé; je présente ce petit globe à l'aiguille de la balance, & je rapproche cette aiguille du petit globe, en tordant le fil de suspension que l'on choisit très-fin & très-sensible. Je détermine dans cette première observation la distance de l'aiguille au petit globe, & la force de torsion qui la retient à cette distance. L'on sort ensuite le petit globe de la balance, l'on détruit son électricité en le touchant avec le doigt; l'on le fait ensuite toucher vingt fois de suite, plus ou moins, au gros globe, en détruisant l'électricité du petit globe après chaque contact, excepté au vingtième, où l'on replace le petit globe dans la balance, au même point où il étoit à la première observation. L'on ramène alors l'aiguille, en tordant le fil de suspension, à la même distance du globe que dans la première observation; l'on observe cet angle de torsion, & l'on réduit l'observation, en tenant compte dans le résultat, de la quantité d'électricité qui se seroit naturellement perdue par le seul contact de l'air, d'une observation à l'autre.

V I I I.

TROISIÈME
EXPÉRIENCE.

L'ON a fait toucher le globe de huit pouces, électrisé & placé hors de la balance, sur l'isoloir (*fig. 4*), par un petit globe à peu-près d'un pouce. Les surfaces calculées d'après les mesures les plus précises que l'on ait pu prendre, étoient à peu-près :: 62 : 1 ; l'aiguille de la balance étoit suspendue avec un fil d'argent dont la force de torsion sous le même angle n'étoit guère que la soixantième partie de celle du fil de cuivre numéroté 12 dans le commerce.

Essai. Le gros globe étant électrisé après un premier contact,

contact, le petit globe placé dans la balance a chassé l'aiguille à 44 degrés de distance du centre de ce globe, avec une force de torsion de..... 244^d.

Après vingt contacts, à chacun desquels l'on avoit détruit l'électricité, excepté au dernier, l'aiguille a été chassée à 44 degrés, avec une force de torsion de..... 126^d.

Continuant la même expérience, après vingt nouveaux contacts, l'aiguille a été chassée à 44 degrés, avec une force de..... 66^d.

Résultat de cette Expérience.

LA force de torsion est proportionnelle à la quantité de fluide électrique dont étoit chargé le petit globe à chaque fois qu'on l'a présenté dans la balance, puisqu'il a toujours été, au moment de chaque observation, placé à la même distance de l'aiguille: cette force étoit d'abord de 244 degrés, qui se réduisoit à 126 degrés après vingt contacts; ainsi la diminution de l'électricité occasionnée par ces vingt contacts, étoit de $244 - 126 = 118$.

Ainsi 118 degrés représentent la perte occasionnée par les vingt contacts; ainsi pour déterminer la quantité d'électricité que prenoit le petit globe dans un contact moyen, il faut diviser 118 par 20, ce qui donnera approchant la quantité d'électricité que prenoit le petit globe à un contact moyen, c'est-à-dire, à peu-près vers le dixième contact: mais pour lors la force de répulsion mesurée dans la balance, devoit être à peu-près moyenne entre celles des deux observations, c'est-à-dire, qu'elle devoit être égale à $\frac{244 + 126}{2} = 185$.

Ainsi le rapport entre la quantité d'électricité du gros globe & celle du petit, après un contact, sera :: 185 : $\frac{118}{20} = 3,4$: mais il faut remarquer que d'une observation à l'autre, dans le temps nécessaire pour les vingt contacts, l'électricité du gros globe diminueoit à peu-près

d'un huitième ou de $\frac{4}{32}$; ainsi, puisque nous venons de trouver la diminution occasionnée par chaque contact, de $\frac{1,0}{31,4}$, il en résulte que la diminution $\frac{4}{32}$ occasionnée par le contact de l'air, étoit à peu-près équivalente à quatre contacts; ainsi dans la réduction des observations, il faut compter sur vingt-quatre contacts au lieu de vingt, ce qui donnera pour le rapport corrigé entre les quantités d'électricité du gros globe & du petit globe, $185 : \frac{118}{24} :: 37,6 : 1,00$.

Mais puisque nous avons prouvé que l'électricité est répandue uniquement sur la surface des corps, & que le rapport des surfaces est $:: 62 : 1$, il résulte d'un calcul analogue à celui de la fin de l'article 4, que la densité du petit globe est à celle du gros globe, $:: 62 : 37,6 :: 1,65 : 1,00$.

I X.

P O U R compléter cette recherche, j'ai fait toucher alternativement le globe de huit pouces de diamètre, par un globe d'un pouce de diamètre & par un petit globe dont le diamètre calculé d'après son poids, n'étoit que de deux lignes. En plaçant successivement ces deux globes dans la balance, j'ai trouvé que la densité du fluide électrique sur la surface du globe de deux lignes de diamètre, étoit plus grande que sur la surface du globe d'un pouce, mais qu'elle n'étoit pas tout-à-fait double de celle sur la surface du globe de huit pouces de diamètre. Dans cette expérience, le diamètre du globe de huit pouces est à celui de deux lignes $:: 48 : 1$; les surfaces sont par conséquent $:: 2304 : 1$; les densités sur les surfaces sont du petit au grand $:: 2 : 1$; ainsi ce rapport 2 à 1, peut être regardé comme la limite du rapport de la densité électrique moyenne de deux globes, que l'on sépare après les avoir mis en contact.

Dans la suite de ce Mémoire, nous verrons que lorsqu'on fait toucher la surface d'un globe par un très-

petit plan, ce petit plan, au moment de la séparation, prend une quantité d'électricité double de celle de la surface du globe qu'il vient de toucher. Le plan de papier doré dont nous nous servons pour cette expérience, n'a qu'un dix-huitième de ligne d'épaisseur; il est facile de sentir, & la théorie démontrera par la suite l'analogie de ces deux effets.

X.

REMARQUE.

L'ON pourroit calculer rigoureusement la quantité d'électricité qui se partage à chaque contact entre le globe de huit pouces de diamètre & celui d'un pouce que nous venons, *art. 8*, de déterminer par approximation, en prenant des quantités moyennes.

Que A soit la quantité d'électricité que contient à sa surface le globe de huit pouces de diamètre; que le globe d'un pouce, au moment du contact, lui enlève une portion $\frac{A}{n}$, la quantité de fluide électrique qui restera au gros globe après le premier contact, sera

$$(A - \frac{A}{n}) = \frac{n-1}{n} A;$$

au second contact elle sera $(\frac{n-1}{n})^2 \cdot A$.

& au vingtième contact elle sera $(\frac{n-1}{n})^{20} \cdot A$.

Mais nous venons de voir tout-à-l'heure qu'il falloit compter sur vingt-quatre contacts, au lieu de vingt, à cause de la quantité d'électricité perdue par le contact de l'air d'une observation à l'autre; ainsi, si nous calculons tout de suite de la première à la troisième observation, il faut compter sur vingt-quatre contacts de la première à la seconde, & sur à peu-près vingt-cinq de la seconde à la troisième, parce qu'elle a duré un peu plus que la première. Ainsi de la première jusqu'à la fin de la troisième observation,

il faut compter sur quarante-neuf contacts, & comme nous avons à la première observation $A = 244$, qui se réduit à 66 à la fin de la troisième observation, nous aurons l'équation

$$\left(\frac{n-1}{n}\right)^{49} \cdot 244 = 66 \text{ ou } \frac{n}{n-1} = \left(\frac{244}{66}\right)^{\frac{1}{49}} = 1,027;$$

$$\text{ainsi } n = \frac{1,027}{27} = 38,04.$$

Mais il faut remarquer que la quantité de fluide électrique du gros globe étant A , a été réduite par le contact à

$$A \left(\frac{n-1}{n}\right),$$

dans le temps que le petit globe a pris une portion

$$\left(\frac{A}{n}\right);$$

ainsi les quantités de fluide électrique partagées entre les deux globes, sont entr'elles :: $n - 1 : 1 :: 37,04 : 1$; & les surfaces étant :: $62 : 1$, la densité du fluide électrique sur la surface du petit globe, sera à la densité du fluide électrique sur la surface du gros globe

$$:: \frac{62,00}{37,04} : 1,$$

:: $1,67 : 1$. Nous avons trouvé par approximation pour ce rapport $1,65 : 1$, qui n'en diffère pas sensiblement.

X I.

Résultat général.

EN prenant une valeur moyenne entre les résultats de beaucoup d'expériences faites ou par la méthode précédente, ou en faisant toucher alternativement les deux globes par un petit plan circulaire de cinq lignes, ainsi que nous l'avons expliqué, *art. 3*, nous avons formé la table suivante, qui représente la manière dont le fluide électrique se partage entre deux globes de différens diamètres.

RAPPORT DES RAYONS.	RAPPORT entre l'étendue DES SURFACES.	RAPPORT DE LA DENSITÉ ÉLECTRIQUE entre le petit & le gros globe.
1	1	1
2	4	1,08
4	16	1,30
8	64	1,65
∞	∞	2,00

Il faut observer que cette table indique seulement le rapport des densités du fluide électrique, lorsqu'après avoir séparé les deux globes, le fluide électrique se répand uniformément sur leur surface : nous allons voir tout à l'heure que tout le temps que les globes sont réunis, il s'en faut de beaucoup que le fluide électrique ne soit répandu uniformément.

X I I.

De la densité du fluide électrique sur les différens points de deux globes en contact.

APRÈS avoir comparé entr'eux deux globes de différens diamètres, pour déterminer la quantité d'électricité qu'ils prennent lorsqu'on les met en contact, j'ai cherché à déterminer suivant quelle loi le fluide électrique se distribue, dans le temps du contact, sur les différens points des globes; je me suis servi ici de la petite balance électrique, où l'aiguille est suspendue par un fil d'argent très-flexible : cette balance est décrite dans mon premier Mémoire sur l'électricité, imprimé dans le volume de l'Académie pour 1784. L'on emploie, pour déterminer la densité électrique des différens points des globes, un petit plan circulaire de papier doré *e*, *fig. 3*, de quatre à cinq lignes de diamètre, soutenu par un fil de gomme laque *c d e*, fixé à un cylindre *a b* de verre ou de bois séché au four & enduit d'un vernis idio-électrique. Ce cylindre entre & se fixe avec une vis,

dans le trou *b* de la pince *Ab*, qui se place sur le couvercle de la balance. Toute l'opération, lorsque l'on veut comparer deux points, consiste à faire toucher le plan *e* contre le premier point; l'on présente ensuite ce plan dans la balance à celui de l'aiguille que l'on a eu soin d'électrifier auparavant; l'on ramène l'aiguille à une distance donnée de ce plan, en tordant le fil de suspension; l'on observe avec soin le point où répond l'aiguille, & l'angle de torsion du fil mesuré par le micromètre plus par la distance de l'aiguille au point *o*, où la torsion est nulle. L'on touche ensuite le second point que l'on veut comparer avec le même plan *e*, & en le plaçant dans la balance, l'on ramène l'aiguille par le micromètre à la même distance que dans la première observation: l'on tient compte de l'angle de torsion; l'on retouche pour lors le premier point observé, & en ramenant l'aiguille toujours à la même distance, l'on a la variation de l'électricité de la première à la troisième expérience. Ainsi, si l'on a soin de mettre entre chaque observation la même durée de temps, il suffit, pour comparer la densité du premier point au second, de prendre pour le premier point une quantité moyenne entre les forces de torsion trouvées à la première & troisième observation; cette quantité moyenne donnera la densité du premier point au moment de la seconde observation: ainsi, en la comparant avec la force de torsion trouvée à la seconde observation, l'on aura le rapport de la densité électrique des premier & second points.

X I I I.

QUATRIÈME
EXPÉRIENCE.

LES deux globes, *fig. 5*, sont égaux & ont chacun huit pouces de diamètre; l'on compare le point placé à 90^{d} du contact, avec les points placés à 30^{d} , à 60^{d} & à 180^{d} .

Premier essai. Le point placé à 30^{d} du contact des deux globes, comparé avec le point placé à 90^{d} .

Ayant touché l'un des globes avec le petit plan de papier doré, à 30^{d} du contact, l'aiguille a été observée à 20^{d} de distance du petit plan placé dans la balance; la force

de torsion, où la force répulsive, qui chassoit l'aiguille, étoit de..... 7^d

Ayant touché à 90^d, tout le reste, comme dans l'observation qui précède, la force répulsive a été de..... 31.

Retouché à 30^d, la force répulsive a été de..... 6.

Retouché à 90^d, la force répulsive a été de..... 27.

Deuxième essai. L'on compare le point placé à 60^d du contact, avec celui qui est à 90^d; la distance de l'aiguille au petit plan *e*, lorsqu'on le pose dans la balance, est toujours de 22^d

Touché à 60^d, la force répulsive est de..... 21^d

à 90, de..... 23.

à 60, de..... 17.

à 90, de..... 21.

Troisième essai. L'on compare le point placé à 90^d du contact, avec celui placé à 180^d. L'aiguille & le plan *e*, placés dans la balance, sont à 25^d l'un de l'autre.

Touché à 90^d, la force répulsive est de..... 20^d

à 180, de..... 19.

à 90, de..... 17.

à 180, de..... 18.

Quatrième essai. Lorsque l'on touche l'un des globes à 20^d du point de contact & au dessous, & que l'on présente ensuite le petit plan *e* qui a touché dans la balance, l'on remarque pour lors que l'action est nulle, ou au moins insensible sur l'aiguille; en sorte que l'on peut dans les deux globes en contact, regarder l'électricité comme nulle depuis le point de contact jusqu'à 20^d de ce point.

X I V.

L'ON met en contact deux globes, dont l'un a 8 pouces de diamètre, & l'autre 4 pouces, & l'on cherche à déterminer comment le fluide électrique se distribue sur la surface des deux globes, en comparant, comme dans l'expérience qui précède, le point à 90^d du contact, avec tous les autres.

CINQUIÈME
EXPÉRIENCE,

Premier essai, petit globe. En comparant sur le petit globe le point à 30^d du contact, avec celui à 90^d , la densité au point 30 étoit presque insensible, & l'on ne peut pas l'évaluer au-delà de la dix-huitième partie de celle à 90^d .

Deuxième essai, petit globe. L'on compare le point placé à 90^d , avec celui placé à 60^d .

Touché à 60^d , la force repulsive est de..... 18^d
à 90 , de..... 28 .
à 60 , de..... 15 .
à 90 , de..... 24 .

Troisième essai, petit globe. L'on compare le point à 90^d , avec celui à 180^d .

Touché à 90 , la force répulsive est de..... 21^d
à 180 , de..... 28 .
à 90 , de..... 20 .
à 180 , de..... 26 .

Quatrième essai, gros globe. En touchant le gros globe à 30^d du contact & à 90 .

Touché à 30^d , la force répulsive est de..... 16^d
à 90 , de..... 18 .
à 30 , de..... 14 .
à 90 , de..... 15 .

Cinquième essai, gros globe. La densité est sensiblement la même à 90^d & à 180^d du point de contact; elle est presque insensible jusqu'à 6 ou 7^d de ce point. En touchant alternativement le point à 90^d des deux globes, l'on trouve la densité du petit globe plus grande que celle du gros globe dans ces points, dans le rapport de $1,25$ à 1 .

X V.

SIXIÈME
EXPÉRIENCE. L'ON a mis en contact un globe de 8 pouces & un globe de 2 pouces.

Premier essai, petit globe. Touché à 90^d & à 180^d .

Touché

Touché à 90^d , la force repulsive est de.....	27^d
à 180 , de.....	35 .
à 90 , de.....	22 .
à 180 , de.....	29 .
à 90 , de.....	19 .

X V I.

Résultat des trois Expériences qui précèdent.

IL sera facile, d'après ces expériences, de déterminer par le calcul le rapport des densités sur les différens points des globes en contact: prenons pour exemple l'expérience quatrième, où les deux globes sont égaux. Nous trouvons (*premier essai*) qu'à la première observation, la force répulsive du point à 30^d , est représentée par 7^d ; à la troisième observation, elle est représentée par 6^d ; ainsi la force moyenne au moment de la deuxième observation, où l'on a déterminé la densité du point à 90^d du contact, étoit $6^d \frac{1}{2}$: mais dans le même moment, la densité où la force répulsive du point à 90^d du contact, a été trouvée de 31^d ; ainsi, divisant 31^d par $6 \frac{1}{2}^d$, l'on trouvera, pour exprimer le rapport de la densité à 90^d , avec celle à 30^d , le nombre $4,77$.

En comparant par la même méthode la deuxième, troisième & quatrième observation, l'on aura pour le même rapport $4,83$.

Si l'on prend une valeur moyenne entre ces deux résultats, qui diffèrent cependant très-peu l'un de l'autre, nous aurons pour le rapport moyen $4,80$.

Par la même méthode l'on trouvera, d'après le second essai, pour le rapport moyen de la densité électrique des points à 60 & à 90^d du point de contact $1,25$.

Dans le troisième essai de la même expérience pour les points à 90^d & à 180^d , l'on trouvera le rapport moyen des densités, mesuré par $0,95$.

Ainsi la densité est très-petite jusqu'à 30^d ; elle augmente

rapidement jusqu'à 60^d , peu de 60 à 90^d , & elle est presque uniforme de 90 jusqu'à 180^d .

D'après le même calcul, l'on trouvera (*cinquième expérience*) que lorsque l'un des globes n'a que moitié du diamètre de l'autre, la densité est presque nulle dans le petit globe jusqu'à 30^d

Que le point à 90^d , comparé avec celui à 60 , donne pour le rapport moyen des densités à peu près. 1,70.

Que le point à 90^d , comparé avec le point à 180 , donne pour le rapport des densités la quantité. 0,75.

En sorte qu'elle augmente de 60 à 90^d dans le rapport de 10 à 17 , & de 90^d à 180 , dans celui de 75 à 100 .

Le même calcul donnera (*sixième expérience*), que lorsque l'on a mis deux globes en contact, dont les diamètres sont comme 4 à 1 , la densité du petit globe depuis 90^d jusqu'à 180 , augmente dans le rapport de 100 à $1,43$.

X V I I.

IL résulte de ces trois expériences, que plus les deux globes sont inégaux, plus la densité varie sur le petit globe, depuis le point du contact jusqu'à 180^d de ce point, & plus elle approche de l'uniformité sur le gros globe; croissant rapidement depuis le point de contact où elle est nulle, jusqu'à 7 à 8^d de ce point, & étant uniforme sur le reste du globe. Ainsi, par exemple, lorsqu'on a mis un globe de 8 pouces en contact avec un globe de 2 pouces, l'on a trouvé que la densité étoit insensible dans le petit globe, depuis le point de contact jusqu'à 30^d de ce point; qu'à 45^d du point de contact, elle étoit à peu-près le quart de celle à 90 ; & que depuis 90^d jusqu'à 180 , elle croissoit dans le rapport de 10 à 14 : dans le globe de 8 pouces au contraire, la densité étoit nulle jusqu'à 4 ou 5^d du point de contact; elle croissoit ensuite rapidement, & depuis 30 jusqu'à 180^d elle étoit presque uniforme. Nous allons voir

dans la seconde section de ce Mémoire, que ces résultats sont indiqués par la théorie, en calculant l'action, soit répulsive, soit attractive du fluide électrique, d'après la loi de la raison inverse du carré des distances.

XVIII.

DEUXIÈME SECTION.

Essai théorique pour déterminer la distribution du fluide électrique sur la surface de deux globes en contact, & pour déterminer leur densité moyenne, lorsque les deux globes étant séparés, ils cessent d'agir l'un sur l'autre.

LES expériences rapportées dans la première section de ce Mémoire, ont été faites avant d'avoir tenté de calculer, d'après la théorie, la distribution du fluide électrique sur la surface des deux globes en contact. Lorsque j'ai voulu essayer de calculer cette distribution d'après la loi de la raison inverse du carré des distances, j'ai vu qu'il me manquoit quelques faits auxquels le calcul pût s'appliquer directement; j'ai donc été obligé de rapporter dans cette seconde section, à mesure que j'en ai eu besoin, le résultat de plusieurs nouvelles expériences faites d'après les procédés indiqués dans la première section.

Nous avons vu dans notre quatrième Mémoire (*vol. de 1786*), que lorsqu'un corps conducteur étoit chargé d'électricité, le fluide électrique ne pénétrait pas dans l'intérieur du corps, mais qu'il se distribuoit seulement sur sa surface; de-là il résulte que lorsqu'on fait toucher un corps solide à une surface de la même figure que le corps, quelque peu d'épaisseur qu'ait cette surface, elle prendra, mise en contact avec le corps par des points homologues, la moitié de l'électricité de ce corps.

Ce dernier phénomène avoit déjà été apperçu par plusieurs auteurs, en se servant des électromètres ordinaires; on peut le vérifier d'une manière exacte en plaçant, un jour très-sec, un corps solide dans notre grande balance, sur un support très-

idio-électrique; si l'on fait toucher ce corps, après l'avoir électrisé, par une surface qui ait exactement la même figure, en ayant soin de mettre en contact les deux corps dans une position homologue, & que l'on observe, en ramenant l'aiguille au même point, la torsion du micromètre avant & après le contact, l'on trouvera que la surface a ôté au corps solide exactement la moitié de son électricité. Si l'air étoit impénétrable à l'électricité, si la surface du corps le mieux poli n'étoit pas un assemblage de petites aspérités formant entre leurs molécules des vides probablement infiniment plus grands que le volume des petits solides, le fluide électrique n'auroit sur le corps, ainsi que la théorie l'indique, qu'une épaisseur infiniment mince; mais comme il n'y a point, dans l'ordre physique de surface parfaite; comme l'air n'est pas impénétrable à l'électricité, le fluide électrique, dans sa distribution, forme autour des corps une couche d'une certaine épaisseur, que nous chercherons à déterminer dans un autre Mémoire; épaisseur qui varie suivant la densité du fluide électrique & suivant l'état de l'air, mais qui en général est trop petite, sur-tout dans les jours très-secs, pour qu'il soit nécessaire d'y avoir égard dans toutes les questions où l'on cherche à déterminer la distribution du fluide électrique sur les surfaces non anguleuses.

X I X.

POUR avoir une première idée de la manière dont le fluide électrique se distribue entre les différens globes, plaçons (*fig. 6*) trois globes en contact en ligne droite; l'axe *A a* passant par les points de contact, supposons les deux globes des extrémités égaux. De quelque manière que le fluide électrique se distribue entre les trois globes, puisque les deux globes *A* & *a* sont semblables & semblablement posés, relativement au globe *x*, il est clair qu'ils contiendront tous les deux une égale quantité de fluide électrique: ce fluide électrique, comme la théorie l'indique, sera inégalement répandu sur la surface du système des trois

corps; il sera comprimé vers les points de la surface qui avoisinent A & a , & nul vers les points de contact b & b' .

Mais supposons que le fluide électrique de chaque globe soit uniformément répandu sur la surface de ces globes, & qu'il ne puisse s'échapper que par le point de contact; il devra, dans cette supposition, y avoir un rapport entre la densité des globes des extrémités C & C' & du globe x du centre, tel qu'il y ait équilibre entre l'action du fluide électrique du globe C sur le point de contact dans la direction CB , & des deux autres globes C' & x dans la direction opposée.

Que R soit le rayon des globes A & a ;

Que r soit le rayon du globe du milieu, dont le centre est en x ;

Que D représente la densité du fluide électrique que nous supposons uniformément répandu sur les deux globes A & a ;

Que Δ représente la densité du fluide uniformément répandu sur la surface du globe du milieu, dont le centre est x ,

L'action du globe A sur le point de contact b qui est placé à la surface de ce corps, sera égale à D ;

L'action contraire du globe a sur le même point b , qui est éloigné de sa surface de la quantité $2r$, sera égale à $2D \cdot R^2 : (R + 2r)^2$; l'action du globe x sur le point b qui est à sa surface, sera égale à Δ ; ainsi, pour que le fluide électrique ne passe pas d'un globe dans un autre, & qu'il y ait équilibre aux points de contact, il faut que l'action du globe C suivant Cb , soit égale à l'action des deux autres globes sur le point b dans la direction opposée; ainsi l'on aura la formule

$$D \left(1 - \frac{2R^2}{(R + 2r)^2} \right) = \Delta.$$

En examinant cette formule, l'on trouve que la densité Δ du fluide électrique du globe du centre est négative, si

$\frac{2R^2}{(R + 2r)^2}$ est plus grand que l'unité; qu'elle est nulle lorsque cette quantité est égale à l'unité; c'est-à-dire, que $\Delta = 0$, lorsque $R + 2r = R\sqrt{2} = 1,41 R$, ou lorsque

$R = 5r$; qu'enfin δ sera positif toutes les fois que R sera plus petit que $5r$.

Quoique cette première formule ne soit pas fondée sur une théorie rigoureuse, mais seulement approchée, il est bon de voir combien elle s'éloigne de la vérité, en la comparant avec l'expérience.

X X.

SEPTIÈME
EXPÉRIENCE.

LES détails dans lesquels nous sommes entrés en rendant compte des expériences qui précèdent, indiquant suffisamment les corrections & les précautions qu'il faut employer; pour ne pas grossir inutilement ce Mémoire, nous supprimerons dans la suite les détails des expériences, à moins que nous ne soyons obligés à quelques opérations nouvelles non encore indiquées.

Lorsque j'ai placé (*fig. 6*) entre les deux corps A & a électrisés, un petit globe dont le diamètre étoit moindre que la sixième partie des diamètres des globes A & a , & que je présentais ensuite ce petit globe à une balance de torsion très-sensible, le petit globe ne me donnoit aucun signe d'électricité; mais quelque petit que fût ce globe, je ne trouvois pas qu'il eût pris une électricité négative, comme la théorie l'indiquoit.

X X I.

Explication de cette Expérience.

LA différence qui se trouve ici entre l'expérience & la théorie, vient de ce que lorsque le globe intermédiaire est très-petit, l'action des gros globes l'un sur l'autre est très-considérable; que dans le point de contact, ainsi que dans les parties qui avoisinent ce point, la densité électrique des gros globes est presque nulle: ainsi, si pour déterminer l'action du globe C' sur le point b , nous divisons la surface en deux parties, l'une formée d'un petit cercle dont le diamètre est à peu près $b'f$, sur lequel la densité est nulle ou très-petite; l'autre du reste de la surface du globe, où

nous supposons la densité uniforme & égale à D , l'action du globe a sur le point b ne sera plus mesurée par

$$\frac{2 D R^2}{(R + 2 r)^2},$$

qui représente l'action entière de la surface d'un globe couvert de fluide électrique, dont la densité seroit D ; mais seulement par cette quantité diminuée de l'action de la surface, dont le diamètre est $b'f$, surface qui peut être prise pour un plan circulaire, si $b'f$, n'est pas fort étendu. A présent, si nous déterminons (*fig. 7*) l'action d'une surface circulaire BC , dont tous les points agissent sur le point a , dans la direction ca , avec une force en raison inverse du carré des distances, l'on trouvera, en nommant $CB...R'$, $ca...a$, D la densité de la surface, l'action du cercle sur le point a ,

$$= D \left(1 - \frac{a}{(aa + R'R')^{\frac{1}{2}}} \right).$$

Ainsi l'action du globe C' sur le point b , sera

$$\frac{2 D R^2}{(R + 2 r)^2} - D + \frac{D a}{(aa + R'R')^{\frac{1}{2}}};$$

l'équation qui exprime l'équilibre d'action pour le point b , donnera par conséquent

$$D \left(2 - \frac{2 R^2}{(R + 2 r)^2} - \frac{a}{(aa + R'R')^{\frac{1}{2}}} \right) = 0,$$

dans le cas où le petit globe a un diamètre très-petit relativement à ceux des extrémités; comme $a = 2 r$, si $2 r$ s'évanouit relativement R , l'on aura 0 très-petit, & non pas négatif; ainsi quelque petit que soit le globe x , placé entre les globes A & a , son électricité sera ou nulle ou insensible, mais jamais négative, en supposant les deux globes A & a électrisés positivement; ainsi la théorie & l'expérience sont ici d'accord.

XXI.

Trois globes égaux en contact sur une ligne droite.

J'AI mis en contact trois globes égaux de deux pouces de diamètre, placés en ligne droite, comme dans la (*fig. 6*);

HUITIÈME
EXPÉRIENCE.

un de ces corps, soutenu par la pince (*fig. 3*), se posoit successivement entre les deux corps C & C' , & à l'extrémité de ces deux corps que l'on réunissoit; à chaque opération on le présentoit dans la grande balance, en ramenant l'aiguille toujours à la même distance du globe; l'on a trouvé que lorsque le globe étoit placé entre les deux autres, il prenoit une quantité d'électricité moindre que celle qu'il prenoit lorsqu'il étoit placé aux extrémités dans le rapport de 1,00 à 1,34. Ce résultat est une valeur moyenne de plus de vingt opérations faites successivement à des intervalles de temps égaux, pour pouvoir tenir compte de la quantité d'électricité perdue d'une observation à l'autre.

X X I I.

Explication de cette expérience.

SI nous reprenons la formule de l'article 16,

$$D \left(1 - \frac{2 R^2}{(R + 2 r)^2} \right) = \delta,$$

où δ représente la densité du globe placé entre les deux autres, & D celle du globe des extrémités; puisque $R = r$, nous aurons

$$\delta = D \left(1 - \frac{2}{9} \right) = \frac{7}{9} D:$$

d'où

$$D = 1,29 \delta:$$

mais l'expérience vient de nous donner

$$D = 1,34 \delta,$$

qui ne diffère, comme l'on voit, que d'un vingt-septième du rapport donné par la théorie. L'on voit qu'ici l'action du globe C' (*fig. 6*) sur le point b , est très-approchant

$$\frac{2 R^2}{(R + 2 r)^2},$$

parce que l'action du petit cercle $b'f$, dont la densité est nulle

nulle, a , comme nous l'avons vu (*art. 21*), pour expression

$$D \left(1 - \frac{2R}{(2R^2 + b'^2)^{\frac{1}{2}}} \right),$$

quantité qui s'évanouit ici, parce que $b'f$ est beaucoup plus petit que $2R$.

XXIII.

TOUTE la théorie qui précède, va être confirmée par une expérience qui me paroît propre à jeter du jour sur cette matière.

Nous venons de voir dans les articles qui précèdent ; que lorsque deux globes étoient en contact, quel que fût le diamètre de ces deux globes, la densité dans le point de contact & dans les points qui l'avoisinent, étoit nulle & non négative, si les deux globes sont électrisés positivement. Mais dès l'instant que l'on sépare les deux globes, si l'un des globes est plus petit que l'autre, & si la distance des deux globes est peu considérable, l'on trouvera (*fig. 8*), que le point a du petit globe, qui a été en contact avec le point A du gros globe, devient négatif jusqu'à ce que ces deux globes soient éloignés à une certaine distance à laquelle l'électricité du point a est nulle ; que le même point a devient ensuite positif, lorsque l'on continue à éloigner les deux globes.

XXIV.

L'ON a isolé (*fig. 8*) un globe C de onze pouces de diamètre ; l'on a également isolé un globe C' d'un plus petit diamètre ; l'on électrisoit ces globes, & on les faisoit toucher ; l'on éloignoit ensuite le petit globe C' peu à peu, & au moyen d'un petit grain de plomb a , suspendu à un fil de gomme laque, ou d'un petit cercle de papier doré, comme dans la *fig. 3*, que l'on faisoit toucher au point a , & que l'on présentoit ensuite dans la petite balance ou à un petit électromètre à fil de soie très-sensible, tel qu'il a été décrit

NEUVIÈME
EXPÉRIENCE.

Mém. 1787.

LII

dans notre quatrième Mémoire, l'on déterminoit la nature de l'électricité du point a à différentes distances Aa .

Premier essai. Le globe C ayant onze pouces de diamètre, & le globe C' huit pouces, les deux globes ayant été électrisés positivement & mis en contact, le point A du gros globe a toujours donné des signes d'électricité positive, quelle que fût la distance Aa ; mais le point a du globe C' a donné des signes d'électricité négative jusqu'à un pouce de distance; à un pouce, l'électricité de ce point a étoit nulle, elle étoit positive au-delà.

Deuxième essai. Le globe C ayant toujours onze pouces de diamètre, & le globe C' quatre pouces: jusqu'à deux pouces de distance le point a du petit globe a donné des signes d'électricité négative; à deux pouces, l'électricité de ce point étoit nulle: l'électricité du point A est toujours positive.

Troisième essai. Le globe C ayant toujours onze pouces de diamètre, lorsque le petit globe C' avoit deux pouces, un pouce & au-dessous, l'électricité du point a étoit négative jusqu'à ce qu'on éloignât le petit globe à deux pouces cinq lignes du gros globe; à cette distance de deux pouces cinq lignes elle étoit nulle, positive lorsque la distance Aa étoit de plus de deux pouces cinq lignes.

X X V.

Remarque sur cette Expérience.

LORSQU'UNE surface sphérique, couverte uniformément d'un fluide électrique dont la densité est D , agit sur un point placé dans la surface du globe, son action sur ce point est égale à D ; mais lorsque ce même fluide agit sur un point placé en dehors de la même surface de la quantité a , son action sur ce point, si le rayon du globe est R , sera

$$\frac{2 D R^2}{(R + a)^2}.$$

Si à présent l'on suppose le petit globe C' (*fig. 8*) en

contact avec le gros globe C , si le globe C' est très-petit relativement au globe C , le fluide électrique du gros globe restera toujours presque uniformément répandu sur le gros globe, parce que le petit globe n'aura d'action que vers le point de contact & vers ceux qui l'avoisinent; c'est ce qu'il est facile de sentir d'après la théorie; ainsi l'action du gros globe sur le point de contact sera encore assez exactement représenté par D : mais quoique la densité moyenne du petit globe en contact se trouve plus grande que celle du gros globe, comme il doit y avoir équilibre au point de contact lorsque le gros & le petit globe se touchent, l'action du petit globe sur le point de contact, a cependant pour mesure la quantité D , comme le gros globe. Mais que l'on sépare le petit globe du gros, & qu'on l'éloigne d'une petite quantité $Aa = a$, l'action du petit globe sur le point A du gros globe, sera presque nulle, dans le temps que l'action du gros globe C' sur le point a , sera $\frac{2R^2}{(R+a)^2}$: ainsi

l'action du petit globe sur le point a restant D comme dans le contact, l'on aura, pour déterminer la densité δ du point a , l'équation

$$\frac{2DR^2}{(R+a)^2} + \delta = D, \text{ ou } \delta = D \left(1 - \frac{2R^2}{(R+a)^2}\right);$$

ainsi, si $\frac{2R^2}{(R+a)^2}$ est plus grand que l'unité, δ sera négatif; si cette quantité est égale à l'unité, δ sera nul, il sera positif si $\frac{2R^2}{(R+a)^2}$ est plus petit que l'unité.

Nous pouvons donc déterminer la distance Aa lorsque la densité du point $a = 0$, en faisant $\frac{2R^2}{(R+a)^2} = 1$; d'où résulte $(R+a) = R\sqrt{2} = 1,415 R$, & $a = 0,415 R$.

Mais nous venons de voir dans notre expérience, que lorsqu'un petit globe d'un pouce, par exemple, a été mis

en contact avec notre globe de onze pouces, il faut l'éloigner de deux pouces cinq lignes du globe A , pour que l'électricité du point a cesse d'être négative & soit nulle, qu'elle est positive au-delà de cette distance: ici $R = 5$ pouces 6 lignes $= 66$ lignes, $a = 2$ pouces 5 lignes $= 29$ lignes; ainsi $\frac{a}{R} = \frac{29}{66} = 0,439$,

qui diffère très-peu, comme l'on voit, de ce qui est indiqué par la théorie.

Il est facile de voir, d'après les réflexions sur lesquelles le calcul qui précède est fondé, qu'à mesure que les deux globes approchent de l'égalité, la distance Aa , où la densité du point a est nulle, doit diminuer, parce que pour lors l'action du petit globe sur le point A , à la distance Aa , ne laisse que peu de densité au fluide électrique du point A & des points qui l'avoisinent; ainsi l'action du gros globe

sur le point a , est pour lors moindre que $\frac{2D R^2}{(R + a)^2}$; c'est par la même raison que le fluide électrique du gros globe n'est jamais négatif en A , quelle que soit la distance Aa .

X X V I.

IL paroît que l'on peut conclure des expériences & des observations qui précèdent, que le fluide électrique est presque en entier distribué sur la surface des corps conducteurs électrisés, & qu'il ne forme pas autour de ces corps une atmosphère très-étendue, ainsi que l'ont pensé plusieurs auteurs: cette conséquence peut même être confirmée par une expérience qui paroît à peu-près décisive; la voici. Si l'on place un globe conducteur dans la balance; qu'on l'électrise & qu'on le fasse toucher alternativement par deux fils de cuivre de la même grosseur & longueur, mais dont l'un soit enveloppé sur toute sa longueur, excepté à l'extrémité destinée à toucher le globe d'une couche de gomme-laque très-pure, de cinq ou six lignes d'épaisseur;

l'on trouvera par un procédé & un calcul analogues à ceux des articles de la première section, que l'un & l'autre fils de cuivre prennent, mis en contact avec le globe par leur extrémité, une égale quantité d'électricité.

Mais l'on sait que le fluide électrique ne peut pas pénétrer à travers une couche de gomme-laque; ainsi, lorsque l'on met en contact le fil couvert de gomme-laque, & qu'on le présente par son extrémité au globe, le fluide électrique ne peut se distribuer que sur la surface de ce fil; conséquemment, puisque, soit que le fil soit couvert de gomme-laque, ou non, il prend la même quantité d'électricité, la moitié, par exemple, de celle du globe, il doit exercer, dans les deux cas, sur un point quelconque, le point de contact par exemple, la même action: d'où il résulte que, soit que le fil de cuivre soit enveloppé de gomme-laque, ou non, le fluide électrique s'y distribue de la même manière & en même quantité.

Cependant il faut prévenir que comme l'air n'est pas d'une parfaite idio-électricité, comme il est chargé de parties humides conductrices, le fluide électrique d'un corps électrisé doit pénétrer plus ou moins dans les couches d'air qui l'enveloppent; mais dans les jours très-secs, les expériences qui précèdent, prouvent que ce fluide ne pénètre pas les couches d'air à une assez grande profondeur ni en assez grande quantité pour qu'il soit nécessaire d'y avoir égard dans la plus grande partie des calculs. Nous reviendrons sur cet objet dans un autre mémoire destiné à déterminer l'état d'un corps idio-électrique en contact avec un corps conducteur électrisé; mais nous ne pouvons nous occuper de cet objet avec quelque espérance de succès, que lorsque nous aurons déterminé exactement par l'expérience la manière dont le fluide électrique se distribue sur les surfaces, soit planes, soit courbes, & sur des corps de différentes figures; cette recherche formera la seconde partie de ce Mémoire.

Détermination de la densité du fluide électrique, depuis le point de contact, jusqu'à 180 de ce point, dans deux globes électrisés qui se touchent.

SUPPOSONS les deux globes (*fig. 9*) en contact par le point *A*, l'un & l'autre électrisés & portés sur des isoloirs idio-électriques, tel que celui de la *figure 4*. Puisque nous avons démontré dans notre quatrième Mémoire, que dans les corps conducteurs, le fluide électrique étoit uniquement distribué sur la surface, & ne pénétrait pas dans l'intérieur de ces corps, l'on peut supposer chaque globe couvert d'une infinité de petits globules conducteurs chargés d'électricité; ainsi l'action électrique de chacun de ces globules sur le point du globe où il est en contact, sera contre-balancée par l'action de tous les autres globules qui couvrent les deux corps.

Si la densité du gros globe dont le centre est en *C*, étoit *D*, & que cette densité fût uniformément répandue sur tout le globe, son action sur un point *m* du petit globe *C'*, seroit exprimée par $\frac{2 D c A^2}{(c m)^2}$, & cette action décomposée

dans la direction *m B*, rayon du petit globe, sera $\frac{2 D c A^2 \cdot m B}{(C m)^3}$.

Si la densité du fluide électrique étoit de même uniformément répandue sur le petit globe, & égale à *D'*, son action sur le point *m* seroit *D'*. Ainsi, si l'on met en contact avec le petit globe dont le centre est *C'*, un petit globule *m* qui se charge d'électricité, la densité électrique de ce petit globule, doit être telle qu'à son point de contact il y ait équilibre entre l'action du petit globe *C'* agissant suivant *C' m*, & celle du globe *C* agissant suivant *B m*, jointe à celle du globule *m* agissant dans la même direction; ainsi, si l'on nomme δ la densité moyenne du petit globule en *m*, l'on aura

$$D' = \delta + \frac{2 D (CA)^2 . m B}{(Cm)^3}$$

$$\text{ou } \delta = D' - \frac{2 D CA .^2 m B}{(Cm)^3}.$$

Si l'on fait, pour avoir cette équation sous une forme analytique, $CA = R$, $C'A = r$, $AP = x$, les deux triangles semblables $CC'B$, $C'p m$ donneront

$$\frac{C' m}{C' p} = \frac{C C'}{B C'}.$$

$$\text{Ainsi } Bm = BC' - C'A = R - \frac{R + r}{r} x$$

$$(Cm)^2 = R^2 + 2(R + r) x;$$

en substituant, dans la formule, les valeurs de Bm & de Cm ; elle devient

$$\delta = D' - \frac{2 D R^2 \left[R - \frac{(R + r)}{r} x \right]}{\left[R^2 + 2 (R + r) x \right]^{\frac{3}{2}}}$$

Si dans cette équation l'on fait l'angle $AC'm = f$, l'on aura $x = r (1 - \cos. f)$, & par conséquent

$$\delta = D' - \frac{2 D R^2 [R - (R + r) (1 - \cos. f)]}{[R^2 + 2 (R + r) r (1 - \cos. f)]^{\frac{3}{2}}}.$$

XXVIII.

Si les deux globes sont égaux, pour lors $D = D'$, $R = r$, & la formule précédente se réduit à

$$\delta = D \left(1 + \frac{2 - 4 \cos. f}{(5 - 4 \cos. f)^{\frac{3}{2}}} \right).$$

Nous avons déterminé dans la première section de ce Mémoire (*quatrième expérience, art. XIII & XV*), la densité électrique de deux globes égaux & en contact; depuis 30^d du point de contact, jusqu'à 180^d de ce point; ainsi nous pouvons comparer notre formule à cette expérience & à son résultat.

1°. Si l'on calcule la densité δ d'après notre formule, nous la trouverons négative jusque vers 23^d . expérience

la donne insensible jusqu'à ce point; nous avons donné la raison de cette différence, *art. XX.*

2°. Si l'on calcule pour un point à 30^d du contact des deux globes, l'on trouvera Δ 0,23 . *D*

3°. A 60^d du point de contact Δ *D*

4°. A 90^d du point de contact Δ 1,18 . *D*

5°. A 180^d du point de contact Δ 1,22 . *D*

Pour avoir la quantité Δ d'après l'expérience, nous avons comparé (*art. 15*) la densité du point à 90^d du contact avec celle de tous les autres points; ainsi il faut faire la même comparaison dans les résultats donnés par la théorie; l'expérience nous a donné, *art. 15*:

La densité du fluide électrique à 90^d.
du point de contact, est à celle à 30^d, :: 4,80 : 1,00.

Si nous faisons la même comparaison
d'après notre formule, nous la trouverons :: 5,13 : 1,00.

Le point à 90^d, comparé à celui à
60^d, l'expérience donne les densités, . :: 1,25 : 1,00.

Le calcul théorique 1,18 : 1,00.

Le point à 90^d, comparé à celui à
180^d, l'expérience donne les densités :: 0,95 : 1,00.

La théorie 0,97 : 1,00.

L'on trouve ici une conformité entre les résultats de l'expérience & ceux de la théorie, que l'on pouvoit à peine espérer.

X X I X.

DIXIÈME
EXPÉRIENCE. POUR rendre la comparaison de la théorie & de l'expérience plus directe & plus facile dans la détermination de la quantité d'électricité que prennent deux globes de différens diamètres mis en contact, voici le résultat de quelques nouvelles expériences que j'ai cru utile d'ajouter à celles qui précèdent.

J'ai mis en contact (*fig. 9*) deux globes de différens diamètres, je les ai électrisés; j'ai touché ensuite le point *A*
à 180^d

à 180^d du point de contact, avec un petit cercle de papier doré de 5 lignes de diamètre, (isolé, comme il est représenté à la *fig. 3*) par un fil de gomme-laque : je présentais ce petit plan dans la balance à fil d'argent très-fin ; je séparais ensuite les deux globes *C* & *C'*, & je touchois avec le même plan le gros globe *C*. Je présentais de nouveau ce petit plan dans la balance ; la comparaison de la force avec laquelle l'aiguille étoit chassée dans la première & seconde observations, donnoit le rapport des densités, du point *A'* lorsque les deux globes sont en contact, & de la densité moyenne sur le gros globe *C*, lorsque ces globes sont séparés.

J'ai formé, d'après les différens résultats que m'a donnés cette expérience, une table pour deux globes de différens diamètres : dans cette table, *R* est le rayon du gros globe, *r* celui du petit ; *D* est la densité moyenne du gros globe séparé du petit globe ; *Δ* est la densité du point *A'*, extrémité de l'axe du petit globe en contact avec le gros globe.

Si $\frac{R}{r} = 1$, l'on aura..... $\frac{\Delta}{D} = 1,27$

2 1,55

4 2,35

8 3,18

∞ 4,00 +

X X X.

Observations sur l'expérience qui précède.

Si nous voulons déterminer, d'après la théorie, la quantité *Δ* pour le point *A'*, il faut, pour avoir une première approximation, supposer le fluide électrique de chaque globe uniformément répandu sur ce globe, en nommant *Δ* la densité du point *A'* ou d'un petit globule placé en *A'*, *D* la densité moyenne du gros globe *C*, *D'* celle du petit globe ; l'on aura l'équation

$$\Delta = D' + \frac{2 D R^2}{(R + 2 r)^2}$$

Mém. 1787.

M m m

Dans cette équation, la densité moyenne D' du petit globe est nécessairement plus grande que la densité D du gros globe, ainsi qu'il est facile de le voir par la théorie. Mais supposons pour première approximation $D = D'$, l'on formera, d'après la formule $\delta = D \left(1 + \frac{2 R^2}{(R + 2 r)^2}\right)$, qui exprime la valeur de la densité au point A' , comparée avec la densité moyenne du gros globe, la table suivante.

Si $\frac{R}{r} = 1$, l'on aura, d'après la formule, $\frac{\delta}{D} = 1,22$

2		1,50
4		1,89
8		2,28
∞		3,00.

La comparaison de ce résultat avec celui fourni par l'expérience dans *l'article précédent*, montre que ce n'est que lorsque R est plus grand que $2 r$, que la théorie & le calcul commencent à différer, la théorie donnant une valeur approchée, lorsque R est plus grand que $2 r$, moindre que celle fournie par l'expérience. Mais si l'on remarque que dans notre table, calculée d'après la formule, nous avons supposé la densité D' du petit globe, égale à celle du gros globe, & que par l'action du gros globe, le fluide du petit globe doit être condensé vers le point A' du petit globe; que cependant ce fluide par son action en raison inverse du carré des distances, doit faire équilibre au point de contact avec l'action du fluide répandu presque uniformément sur le gros globe; l'on verra que la densité moyenne du fluide électrique doit être plus grande sur le petit globe que sur le grand; qu'ainsi D' est plus grand que D , & par conséquent que le résultat donné dans la table par le calcul, exige une correction qui augmente la valeur de δ , ce qui est conforme à l'expérience. Nous trouverons dans les articles qui vont suivre des méthodes pour approcher davantage de la véritable valeur de δ .

XXXI.

Détermination par approximation du rapport suivant lequel l'électricité se partage entre deux globes de différens diamètres mis en contact.

PREMIER EXEMPLE.

Si $R = \infty r$.

COMME nous ne pouvons déterminer que par approximation la manière dont le fluide électrique se partage entre deux globes, il sera plus facile de saisir l'esprit des méthodes que nous avons suivies, en les appliquant à des exemples particuliers, qu'en les généralisant. Dans cet exemple, l'un des globes est infiniment grand relativement à l'autre; mais d'après cette supposition, il est facile de concevoir que la formule dont nous nous sommes servi (*art. 25*) pour déterminer la densité sur tous les points du petit globe, doit approcher de la vérité; car supposant le petit globe à une très-petite distance du gros globe, le fluide électrique dont sera chargé le gros globe, se portera sur le petit globe jusqu'à ce qu'il y ait équilibre sur tous les points de la surface entre l'action du gros globe & l'action de tous les points électrisés à la surface du petit globe: l'action du petit globe sur le gros globe étant proportionnelle à la densité moyenne multipliée par sa surface, sera infiniment petite pour tout autre point que le point de contact; ainsi l'action du gros globe sur chaque point du petit sera à peu-près la même pour tout autre point que le point de contact, que si tout le fluide électrique du gros globe étoit à son centre (*figure C*). Prenons actuellement D' pour la densité moyenne du petit globe, quantité qui doit être variable lorsque l'on cherche l'action du petit globe sur chacun des points de sa surface, mais que nous pouvons supposer constante dans une première approximation, pourvu que l'on détermine sa valeur d'après les conditions d'équilibre au

M m m ij

point de contact : puisque nous supposons dans cet exemple le rayon r très-petit relativement à R , la formule

$$\delta = D' - \frac{2 D R^2 (R - \frac{(R+r)x}{r})}{[R^2 + 2 (R+r)x]^{\frac{1}{2}}}$$

se réduit à

$$\delta = D' - \frac{2 D (r - x)}{r}.$$

A présent il faut que l'action qu'exerce tout le fluide du gros globe sur le point de contact A (*figure 9*), dans la direction CA , soit égale à l'action sur le même point de tout le fluide répandu sur la surface du petit globe : mais comme d'après notre formule, δ représente (*figure 9*) la densité du fluide sur le point m ; que la densité δ est la même pour tous les points de la zone superficielle mm , perpendiculaire à l'axe Ap , l'action de cette zone, décomposée dans la direction pA , fera sur le point A

$$\frac{\delta dx}{2 \sqrt{(2r-x)} \sqrt{x}} = \frac{dx}{2 \sqrt{(2r-x)} \sqrt{x}} (D' - 2D + \frac{2Dx}{r}).$$

En prenant pour D' la densité moyenne du petit globe sur chaque point de sa surface, & la supposant constante, l'intégrale de cette quantité donnera pour l'action du petit globe sur le point A ,

$$\frac{1}{2 \sqrt{(2r)}} [(2D' - 4D) \sqrt{x} + \frac{4}{3} D \frac{x^{\frac{3}{2}}}{r}],$$

quantité qui doit s'évanouir quand $x = 0$, & se compléter quand $x = 2r$, ce qui donnera pour l'action entière du petit globe sur le point de contact A , $D' - \frac{2}{3} D$. Mais il faut remarquer que dans le contact des deux globes, le fluide électrique étant dans un état de stabilité, il doit y avoir équilibre au point de contact entre l'action du petit & l'action du gros globe. Comme la densité du gros globe est à peu-près uniforme sur tous les points de sa surface, l'action du gros globe sur le point de contact A , fera D ; ainsi l'on aura l'équation $D' - \frac{2}{3} D = D$, ou $D' = 1,67 D$,

quantité plus petite que celle qui a été trouvée par l'expérience qui nous a donné (*art. XI*), lorsque $R = \infty r$, $D' = 2 D$. Avant de chercher une valeur plus approchée de D' , déterminons par approximation la densité en A' , extrémité de l'axe. Pour y parvenir, il faut remarquer que puisque D' représente l'action qu'exerce le fluide électrique sur un point quelconque de sa surface, cette quantité D' ne peut pas être constante, ainsi que nous venons de la supposer pour une première approximation, mais elle doit varier en augmentant depuis le point de contact A , jusques à l'extrémité de l'axe en A' . Dans le point de contact, cette action du petit globe doit faire équilibre à l'action du gros globe; ainsi elle doit être équivalente à D ; au point A' , elle doit être déterminée par l'action de toute la surface du petit globe sur ce point. Pour avoir une action approchée du petit globe sur ce point, il faut la calculer d'après la densité $\delta = D' - 2D - \frac{2 D \cdot x}{r}$; faisant $A' q = z = (2r - x)$,

$$\text{l'action de la petite zone } \mu \mu \text{ sur le point } A' \text{ sera } \frac{\delta dz}{2 \sqrt{(2r)} \sqrt{z}},$$

$$= \frac{dz}{2 \sqrt{(2r)} \sqrt{z}} \left(D' + 2D - \frac{2 D z}{r} \right), \text{ qui intégrée}$$

& complétée donnera, pour l'action entière du petit globe sur le point A , $D' + \frac{2}{3} D$. Mettons à la place de D' sa valeur approchée, que nous venons de trouver $1,666 D$; & nous aurons pour l'action approchée du petit globe sur le point A , $2,33 D$; ainsi l'action du petit globe sur tous les points de sa superficie, varie en croissant depuis le point A jusqu'au point A' , de manière qu'au point de contact A , elle est égale à D , & qu'à l'extrémité de l'axe en A , elle est $2,33 D$.

Pour avoir, d'après la quantité d'action que le petit globe exerce sur le point A' , la densité du fluide électrique dans ce point, il faut supposer que l'on touche avec un petit plan isolé alternativement le point A' & un point du gros globe C . Il est clair qu'au point A' la densité des petits

globules doit être telle qu'il y ait équilibre entre l'action d'un petit globule en A' & celle des deux globes; ainsi, en nommant δ la densité du petit globule, l'on doit avoir $\delta = 2 D + 2,33 D = 4,33 D$: l'expérience a paru effectivement nous indiquer (*art. XXIX*) que lorsque r étoit infiniment plus petit que R , la densité du petit globe à l'extrémité de son axe en A' , étoit un peu plus grande que $4 D$, D exprimant la densité moyenne du gros globe.

Revenons à déterminer d'une manière plus exacte la densité moyenne D' du petit globe, que nous avons trouvée par une première approximation, égale à $1,67 D$, & que l'expérience (*art. XI*) nous a appris être égale à $2 D$.

Puisque l'action du petit globe sur chaque point de sa surface, varie en croissant depuis le point A jusqu'au point A' ; qu'au point A , elle est à peu-près égale à D ou à la quantité moyenne $\frac{D'}{1,67}$; qu'au point A' , elle est $\frac{2,33 D'}{1,67}$, lorsque

l'on a voulu déterminer la valeur de δ , il falloit, au lieu de faire D' constant, le faire variable. Ainsi, en supposant

que l'action du petit globe soit représentée par $D' (a + \frac{b x}{2 r})$,

cette action doit être telle que lorsque $x = 0$, $D' a = \frac{D'}{1,67}$;

& que lorsque $x = 2 r$, $D' (\frac{1,00}{1,67} + b) = \frac{2,33 D'}{1,67}$;

ou $b = \frac{1,33}{1,67}$; ce qui donnera, pour la densité δ approchée de chaque point m du petit globe,

$$\delta = D' a - 2 D + \frac{b D' + 4 D}{2 r} x;$$

& l'action d'une petite zone superficielle $m m$, sur le point de contact A , sera

$$\frac{D x}{2 \sqrt{2} r \sqrt{x}} [(D' a - 2 D) + (\frac{D' + 4 D}{2 r}) x],$$

dont l'intégrale

$$\frac{dx}{2\sqrt{2r}} 2x \div (D'a - 2D) + \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} \left(\frac{bD' + 4D}{2r} \right)],$$

quantité qui doit s'évanouir quand $x = 0$, & se compléter quand $x = 2r$. Ainsi l'action entière du petit globe sur le point de contact A , sera

$$D'a - 2D + \frac{bD' + 4D}{3};$$

mais comme l'action du petit globe doit faire équilibre au point de contact, avec l'action du gros globe qui est égale à D , densité du fluide de ce gros globe, l'on aura $D'(a + \frac{b}{3}) = \frac{5}{3}D$, ou $D' = 1,93 D$.

Pour avoir à présent la densité moyenne du fluide électrique du petit globe, lorsqu'en l'ôtant du contact avec le gros globe, il se répandra uniformément sur la surface de ce petit globe, il faut avoir la quantité de fluide électrique répandue sur le petit globe, & la diviser par la surface de ce globe; ainsi il faut reprendre l'équation

$$\Delta = D'a - 2D + (bD' + 4D) \frac{x}{2r},$$

la multiplier par dxr , qui exprime la surface élémentaire du globe, intégrer cette quantité pour la surface entière, ce qui donnera

$$(D'a - 2D) 2r.r, + (bD' + 4D) \frac{2r.^2r}{2},$$

& diviser par la surface du petit globe $2r.r$, ce qui donnera

$$\text{pour la densité moyenne } D' \left(\frac{2a + b}{2} \right); \text{ d'où } D' = 1,93 D,$$

quantité, comme l'on voit, qui ne diffère de $2,00 D$ trouvée par l'expérience que d'une quantité trop petite, pour pouvoir être appréciée dans des recherches de ce genre.

XXXII.

Seconde Méthode d'approximation.

Nous allons nous servir ici d'une méthode d'approximation.

mation différente de la précédente, mais qui peut s'appliquer à toutes les valeurs de $(\frac{R}{r})$.

Soit (*fig. 9*) D la densité moyenne du gros globe; D' l'action moyenne du petit globe sur chaque point de sa surface que nous voulons déterminer. Nous avons vu que lorsque les deux globes étoient en contact, la densité étoit nulle au point de contact; si nous la déterminons à présent pour deux autres points, l'un à 90° du point de contact, l'autre à 180° de ce point, nous trouverons, en nommant toujours R le rayon du gros globe & r le rayon du petit globe, que la densité δ du petit globe au point E à 90° du contact est, d'après notre formule (*art. XXVII*),

$$\delta = D' + \frac{2 D R^2 r}{[(R+r)^2 + r^2]^{\frac{3}{2}}},$$

& que la densité δ en A' , extrémité de l'axe, est

$$D' + \frac{2 D R^2}{(R+2r)^2}.$$

Ainsi si l'on suppose la densité δ qui croît depuis le point A jusqu'au point A' , représentée par

$$D' \left(\frac{ax}{2r} + \frac{bx^2}{(2r)^2} \right);$$

il faut que cette quantité soit 0 quand $x = 0$, qu'elle soit

$$D' + \frac{2 D R^2 r}{[(R+r)^2 + r^2]^{\frac{3}{2}}},$$

quand $x = r$, & qu'elle soit $D' + \frac{2 D R^2 r}{(R+2r)^2}$ quand $x = 2r$.

Faisons, pour simplifier le calcul,

$$\frac{2 R^2 r}{[(R+r)^2 + r^2]^{\frac{3}{2}}} = A,$$

&

$$\frac{2 R^2}{(R+2r)^2} = B.$$

L'on déterminera a & b par les deux équations

D

$$D' \left(\frac{a}{2} + \frac{b}{4} \right) = D' + A D,$$

&

$$D' (a + b) = D' + B D;$$

d'où résultera

$$a = 3 + (4 A - B) \frac{D}{D'},$$

&

$$b = -2 + 2 (B - 2 A) \frac{D}{D'}.$$

Pour déterminer D' , reprenons l'équation

$$\delta = D' \left(a \frac{x}{2r} + b \frac{x^2}{(2r)^2} \right),$$

& nous aurons, pour l'action superficielle d'une zone $m m$ sur le point de contact A ,

$$\frac{D' \cdot d x}{2 \sqrt{(2r)} \sqrt{x}} \left(\frac{a x}{2r} + \frac{b x^2}{(2r)^2} \right),$$

qui, intégrée & complétée, donnera pour l'action entière du petit globe sur le point de contact A , la quantité

$$D' \left(\frac{a}{3} + \frac{b}{5} \right),$$

qui doit être égale à l'action du gros globe sur le même point de contact. Si ce globe est beaucoup plus gros que le petit, son action sera à peu-près égale à D ; ainsi dansce cas, l'on aura, pour déterminer le rapport $\frac{D'}{D}$, l'équation

$$\frac{D}{D'} = \frac{a}{3} + \frac{b}{5}.$$

X X X I I I.

Pour avoir la densité moyenne du fluide répandu uniformément sur le petit globe après le contact, il faut la déterminer en divisant la quantité d'électricité du petit globe par

sa surface, ce qui donnera pour cette densité, $\int \frac{\delta d x r}{2 r . r}$.

En substituant, à la place de δ , sa valeur, & faisant l'opé-

N n n

ration, l'on trouvera $D' \left(\frac{a}{2} + \frac{b}{3} \right)$, qui exprime la densité moyenne, c'est-à-dire, la densité du fluide électrique, lorsqu'après le contact l'on séparera le petit globe du gros globe, & que le gros globe cessant d'agir sur le petit globe, le fluide électrique se répandra uniformément sur la surface du petit globe.

E X E M P L E.

$$R = 4 r.$$

X X X I V.

APPLIQUONS les formules qui précèdent à un exemple dont nous avons eu le résultat par les expériences rapportées, sous la forme de table, à l'*art. XI*: en supposant l'action du gros globe sur le point de contact $= D$.

Comme $R = 4 r$, l'on trouve $A = 0,24$, & $B = 0,89$; ainsi $a = 3,00 + 0,07 \frac{D}{D'}$, & $b = -2,00 + 0,82 \frac{D}{D'}$, d'où résulte $\frac{D'}{D} = 1,36$.

Substituant à présent les valeurs de a , de b & de D , dans la formule $D' \left(\frac{a}{2} + \frac{b}{3} \right)$, qui exprime la densité moyenne, l'on trouvera cette densité égale à $1,42 D$, qui est un peu plus grande que la quantité $1,30$, qui a été donnée, *art. XI*, par les expériences; mais il faut remarquer que nous avons supposé l'action D du gros globe C égal à sa densité moyenne, comme si le fluide électrique étoit répandu uniformément sur ce globe: or comme il est un peu repoussé par l'action du petit globe, son action sur le point de contact sera moindre que sa densité moyenne. Ainsi, dans la comparaison de la densité moyenne du petit & du gros globe, l'on a dû avoir, d'après cette observation, un rapport un peu plus petit que celui que nous venons de

Fig. 2. N° 1.

Fig. 1. N° 1.

Fig. 1. N° 2.

Fig. 2. N° 2.

Fig. 1. N° 3.

Fig. 4.

Fig. 3.

Fig. 6.

Fig. 7.

Fig. 5.

Fig. 8.

Fig. 9.

trouver, ce qui, comme l'on voit, est conforme à l'expérience.

Pour avoir, d'après la densité moyenne D' , la densité du point A' à l'extrémité de l'axe d'un petit globe, il faut, comme nous l'avons déjà dit, que l'action d'un petit globule que l'on placeroit en A' , fit équilibre à son point de contact à l'action des deux globes C & C' , ce qui donneroit

$$\Delta = 1,42 D + 0,89 D = 2,31 D,$$

quantité que nous avons trouvée par l'expérience, *art. XXVII*, $2,35 D$, qui n'en diffère pas sensiblement.

Si l'on vouloit avoir quelque chose de plus précis, il faudroit faire pour le gros globe un calcul analogue à celui que nous avons fait pour le petit globe, pour en déterminer l'action sur le point de contact A , & mettre en équation les deux actions.

OBSERVATIONS

Sur l'irritabilité des organes sexuels d'un grand nombre de Plantes.

Par M. DESFONTAINES.

ON appelle irritabilité, la propriété que la Nature a donnée à certains corps de se mouvoir d'eux-mêmes, principalement lorsqu'on les touche. Cette force contractile qui nous offre dans les animaux des phénomènes si étonnans & si variés, n'est point, comme on le croit communément, un attribut particulier qui les distingue; un grand nombre de plantes donnent aussi des signes d'irritation plus ou moins sensibles, selon leur âge, leur vigueur, la partie qu'on touche ou qu'on irrite: divers auteurs en avoient déjà observé dans les feuilles & dans les corolles de plusieurs plantes. M. Duhamel a décrit avec beaucoup d'exactitude les mouvemens curieux de la sensitive connus depuis bien de siècles. M. Bonnet, dans ses recherches sur l'usage des feuilles, a prouvé qu'elles se mouvoient d'elles-mêmes, qu'elles présentent toujours leur surface à l'air libre, & qu'on ne sauroit déplacer les branches d'un arbre sans faire prendre aux feuilles de nouvelles positions. Linné a encore poussé plus loin que M. Bonnet ses recherches sur le même sujet; ce naturaliste célèbre a fait connoître les mouvemens journaliers des feuilles d'un nombre de plantes très-considérable, dans une dissertation intitulée *Somnus plantarum*, & il a prouvé qu'ils étoient indépendans de l'état de l'atmosphère. Le même auteur, après avoir observé qu'une grande quantité de fleurs s'ouvroient assez régulièrement à certaines heures du jour, a conçu l'idée aussi agréable qu'ingénieuse, d'en faire une espèce d'horloge qu'il a nommée horloge de

SIXIÈME MÉMOIRE

SUR L'ÉLECTRICITÉ.

Par M. COULOMB.

Suite des recherches sur la distribution du fluide électrique entre plusieurs corps conducteurs : détermination de la densité électrique dans les différens points de la surface de ces corps.

I.

DANS notre cinquième Mémoire, dont celui-ci est la suite, nous avons tâché de déterminer la manière dont le fluide électrique se partage entre deux globes de différens diamètres mis en contact, & entre trois globes du même diamètre. Nous avons en même temps déterminé par l'expérience, ainsi que par la théorie, la densité électrique de chaque point de la surface de ces globes lorsqu'ils sont en contact. Nous allons actuellement chercher,

1.^o Comment l'électricité se distribue entre un nombre quelconque de globes égaux mis en contact de manière que tous les centres soient en ligne droite;

2.^o Comment le fluide électrique se distribue sur les différentes parties d'un cylindre électrisé;

3.^o Comment il se distribue entre un gros globe & une file de petits globes en contact avec ce gros globe;

4.^o Dans quel rapport le fluide électrique se partage entre un gros globe & des cylindres de différens diamètres & de différentes longueurs, mis successivement en contact avec le globe,

Mém. 1788.

I i i i

I I.

Détermination de la distribution du fluide électrique des six globes égaux mis en contact.

J'AI formé une ligne de six globes de deux pouces de diamètre, qui peuvent se séparer à volonté, un desquels, *C*, *fig. 1.^{ère}*, est soutenu par un petit cylindre de gomme laque, & peut se placer soit dans la balance électrique, soit dans la file des globes. Après avoir, d'après les méthodes indiquées dans le *Volume de 1787, pages 421 & suivantes*, électrisé le petit plan de papier qui termine l'aiguille de la balance, j'électrise les six globes qui sont posés, *fig. 1.^{ère}*, sur des supports idio-électriques : je place ensuite alternativement le globe *C* le premier & le deuxième de la file, & à chaque essai je le présente dans la balance à l'aiguille que j'ai soin de ramener à la même distance du centre du globe *C* : je fais ensuite la même opération en plaçant le globe alternativement le premier & le troisième dans la file ; par ces deux opérations, je détermine les rapports entre les quantités d'électricité que contiennent le premier, le deuxième & le troisième globe dans la file.

PREMIÈRE EXPÉRIENCE.

Le globe C placé le premier dans la file, comparé avec le même globe placé le deuxième dans la file.

DANS chaque essai, lorsque le globe *C*, après avoir été tiré de la file, étoit placé dans la balance, l'on ramenoit l'aiguille, par la force de torsion, à 30 degrés du centre du globe *C*.

1.^{er} Essai : le globe *C* placé en 2, ou le deuxième dans la file, & présenté ensuite dans la balance, a

chassé l'aiguille, qui a été ramenée à 30 degrés du centre de ce globe, par une force de torsion, tout compris, de..... 44^{deg.}

2.^e Essai : placé le premier dans la file..... 64.

3.^e Essai : placé le deuxième..... 40.

4.^e Essai : placé le premier..... 54.

5.^e Essai : placé le deuxième..... 34.

DEUXIÈME EXPÉRIENCE.

Le globe C placé le premier dans la file, comparé avec le même globe placé le troisième dans la file.

1.^{er} Essai : le globe C placé le troisième dans la file ; le reste comme dans l'expérience qui précède la force de torsion, est de..... 81^{deg.}

2.^e Essai : placé le premier dans la file..... 111.

3.^e Essai : placé le troisième..... 61.

4.^e Essai : placé le premier..... 85,

5.^e Essai : placé le troisième..... 51.

III.

Résultat des deux Expériences qui précèdent.

LES cinq essais dans chaque expérience, ont été faits à des intervalles de temps à peu-près égaux, pour qu'en prenant une moyenne entre le premier & le troisième essai, par exemple, cette moyenne pût se comparer avec le deuxième essai ; la différence entre le résultat donné par l'expérience entre le premier & troisième essai, provenant de la diminution de l'électricité qui est occasionnée dans cet intervalle de temps par le contact de l'air, comme nous l'avons déjà observé dans les Mémoires qui précèdent.

Dans la première expérience, en prenant une valeur moyenne entre le premier & le troisième essai comparé au deuxième, l'on trouvera que la quantité d'électricité que

contient le premier globe, est à celle que contient le deuxième globe :: 64 : 42 :: 1,52 : 1,00.

Une moyenne entre le deuxième & quatrième essai, comparé au troisième, donnera ce rapport :: 1,47 : 1,00.

Une moyenne entre le troisième & cinquième, comparé au quatrième, donnera ce rapport :: 1,46 : 1,00.

Ainsi en prenant une valeur moyenne entre ces trois résultats, l'on trouvera que dans notre file de six globes, la quantité d'électricité du premier globe est à celle du deuxième comme 1,48 est à 1,00.

Un calcul analogue entre le premier & le troisième globe, donnera, d'après les essais de la deuxième expérience, que la quantité d'électricité que contient le premier globe dans la file des six globes, est à celle que contient le troisième globe :: 1,56 : 1,00. En sorte que la masse du fluide électrique diminue à peu-près d'un tiers du premier au deuxième globe, & seulement d'un quinzième du second au troisième.

I V.

Application de la théorie à cette expérience.

IL faut se ressouvenir dans tous les articles de ce Mémoire, relatifs à la théorie, 1.^o que le fluide électrique agit en raison inverse du carré des distances de ses parties.

2.^o Qu'il se distribue sur la surface des corps, mais qu'il ne pénètre pas au moins d'une manière sensible dans l'intérieur des corps. Nous avons prouvé la première proposition dans notre premier Mémoire, *vol. de 1785*; la deuxième dans le quatrième Mémoire, imprimé en 1786. On peut la confirmer par une nouvelle expérience qui paroît décisive: voici en quoi elle consiste. On isole un corps conducteur que l'on électrise; on lui forme ensuite une enveloppe coupée en deux parties, qui laisse en se réunissant un peu de jeu entr'elle & le corps. Que cette enveloppe ait ou non la même figure que le corps, peu importe au succès

de l'expérience. Si l'on électrise le corps placé sur un isoloir, & qu'on le renferme entre ces deux parties de l'enveloppe, soutenues par deux bâtons sidio-électriques, en retirant les deux enveloppes, on trouvera, au moyen de nos petits électromètres à suspension de soie, que toute l'électricité du corps a passé aux enveloppes, & que le corps, ou n'en conserve point, ou n'en conserve qu'une partie insensible.

Ces deux propositions étant admises, pour déterminer par approximation la quantité moyenne d'électricité que contient chaque globe dans notre file de six globes, je suppose, pour avoir une première approximation, que la masse électrique de chacun des globes est répandue uniformément sur la surface de ces globes, mais qu'elle est différente pour chaque globe, de manière que l'action électrique de tous les globes sur chaque point de contact soit en équilibre. Dans cette supposition, l'action d'une surface sphérique, dont tous les points ont la même densité D , agissant sur un point de la surface dont la masse électrique seroit μ , seroit représentée par $\Pi D \mu$; Π étant le rapport de la circonférence au rayon. Mais si la même surface sphérique dont le rayon est R , agit sur un point éloigné de la surface de la quantité a , l'action sur ce point sera représentée par $2 \Pi D \mu R^2 : (R + a)^2$: ainsi, en calculant dans notre expérience, *fig. 1*, l'action des six globes sur les points de contact a & a' , l'on aura, en

nommant δ^1 la densité moyenne du fluide électrique sur le globe 1; δ^2 la densité moyenne sur le globe 2; δ^3 celle sur le globe 3, les deux équations suivantes:

$$1.^{\text{re}} \text{ Equation, équilibre en } a.. \delta^1 = \delta^2 + \frac{2\delta^3}{3^2} + \frac{2\delta^4}{5^2} + \frac{2\delta^5}{7^2} + \frac{2\delta^6}{9^2}$$

$$2.^{\text{e}} \text{ Equation, équilibre en } a'. \frac{2}{3^2} \delta^1 = -\delta^2 + \delta^3 + \frac{2\delta^4}{3^2} + \frac{2\delta^5}{5^2} + \frac{2\delta^6}{7^2}$$

qui se réduisent à

$$1.^{re} \text{ Equation} \dots : 0,98 \overset{1}{\Delta} = 1,04 \overset{2}{\Delta} + 0,29 \overset{3}{\Delta},$$

$$2.^e \text{ Equation} \dots : 0,18 \overset{1}{\Delta} = - 0,92 \overset{2}{\Delta} + 1,22 \overset{3}{\Delta};$$

$$\text{d'où l'on tire } \overset{1}{\Delta} = 1,33 \overset{2}{\Delta}; \quad \overset{1}{\Delta} = 1,42 \overset{3}{\Delta}.$$

Nous avons trouvé par l'expérience, $\overset{1}{\Delta} = 1,48 \overset{2}{\Delta}$ &

$\overset{1}{\Delta} = 1,56 \overset{3}{\Delta}$; ainsi l'expérience donne le rapport de la densité moyenne du fluide électrique du premier globe aux deux autres, d'un dixième à peu-près plus grand que la théorie. Nous avons déjà eu ce résultat dans le Mémoire qui précède, pour trois globes égaux mis en ligne droite.

Il est facile de voir à quoi tient en plus grande partie la différence des résultats entre le calcul que nous venons de donner & l'expérience; dans le calcul qui précède nous avons supposé que la densité électrique est uniformément répandue sur chaque globe; mais dans la réalité cette densité est nulle, ou au moins insensible à tous les points de contact des globes, comme nous l'avons prouvé, *vol. de 1787, pag. 437 & suiv.* Dans le globe 2, *fig. 1*, ainsi que dans tous les autres, excepté le premier & le dernier de la file; la densité électrique croît depuis le point de contact jusqu'en d , placé vers le sommet de l'équateur, où est son *maximum*. Dans le premier & le dernier globe de la file, cette densité croît depuis le point de contact jusqu'au point b , pôle opposé: les lignes ponctuées dans notre figure, donnent à peu-près la forme de la courbe des densités.

Si nous cherchons à présent à déterminer l'équilibre au point a , en supposant que toute la masse du fluide électrique du globe 2, est réunie au point d ou à l'équateur, & que celle du globe 1 est une quantité moyenne entre celle réunie au point d & celle réunie au point b ; la quantité

du fluide électrique répandue sur la surface de chaque globe, étant $2\pi dr^2$; π étant le rapport de la circonférence au rayon, le rayon du globe étant r , & δ la densité moyenne du fluide électrique, ou celle qui auroit lieu si le fluide électrique de chaque globe se répandoit uniformément sur la surface de ce globe, l'on auroit

$\frac{2\pi\delta^2}{2^{\frac{3}{2}}} = 0,70\pi\delta^2$ pour l'action du fluide électrique du globe 2 sur le point a , dans la supposition que tout ce fluide seroit concentré à l'équateur; cette action évaluée dans la direction de l'axe $a1$. Les autres globes éloignés du point de contact sur lequel l'on calcule l'équilibre d'action, peuvent, sans erreur sensible, être supposés agir comme si la masse de leur fluide électrique étoit au centre de chaque globe.

Quant au globe 1, dont on veut avoir l'action relativement au point a , sa densité moyenne étant δ^1 , si la masse de son fluide étoit concentrée au point de l'équateur d , son action seroit égale $0,70\pi\delta^1$; si elle étoit concentrée au point b , elle seroit..... $0,50\pi\delta^1$: en la prenant moyenne entre ces deux quantités, elle sera $0,60\pi\delta^1$. L'on peut actuellement former dans cette nouvelle supposition deux équations; la première, qui exprime l'équilibre au point a , la deuxième, qui exprime l'équilibre au point a .

$$1.^e \text{ Equat. } 0,60\delta^1 = 0,70\delta^2 + 0,22\delta^3 + 0,08\delta^3 + 0,04\delta^2 + 0,02\delta^1$$

$$2.^e \text{ Equat. } 0,22\delta^1 = -0,70\delta^2 + 0,70\delta^3 + 0,22\delta^3 + 0,08\delta^2 + 0,04\delta^1$$

qui réduites donnent

$$\left(\frac{58}{74} + \frac{18}{62} \right) \overset{1}{\Delta} = \left(\frac{30}{74} + \frac{92}{62} \right) \overset{3}{\Delta},$$

d'où $\overset{3}{\Delta} = 1,75 \overset{1}{\Delta}$, l'expérience nous a donné $\overset{3}{\Delta} = 1,56 \overset{1}{\Delta}$.

Ainsi, dans notre nouvelle supposition, le calcul donne

$\overset{3}{\Delta}$ d'un huitième à peu-près plus grand que l'expérience :

dans notre première supposition du fluide électrique uni-

formément répandu sur chaque globe, nous trouvons $\overset{3}{\Delta}$

$= 1,42 \overset{1}{\Delta}$; mais, ainsi que nous l'avons prouvé dans

notre précédent Mémoire, le fluide électrique se distribue

sur la surface des globes, suivant une forme moyenne

entre celle de nos deux suppositions, la densité étant nulle

au point de contact, & la masse du fluide n'étant pas en

entier réunie à l'équateur; ainsi, le rapport donné par

l'expérience doit être à peu-près une quantité moyenne

entre les résultats du calcul de nos deux suppositions. Nous

avons, par la première supposition du fluide uniformé-

ment répandu sur la surface de chaque globe $\overset{3}{\Delta} = 1,42 \overset{1}{\Delta}$,

par la deuxième supposition du fluide concentré à l'équa-

teur $\overset{3}{\Delta} = 1,75 \overset{1}{\Delta}$, ce qui donne pour quantité moyenne

$\overset{3}{\Delta} = 1,58$: l'expérience donne 1,56. La correction

indiquée par le calcul de cet article, s'appliquera facile-

ment à toute la théorie de ce Mémoire.

V.

TROISIÈME EXPÉRIENCE.

De la manière dont le fluide électrique se distribue entre douze globes égaux de deux pouces de diamètre, mis en contact sur la même ligne.

LES détails dans lesquels nous sommes entrés en expliquant l'expérience précédente, suffisent, je crois, pour
faire

faire entendre les procédés qu'il faut suivre ; ainsi pour ne pas grossir inutilement ce Mémoire, nous ne rapporterons dans toutes les expériences analogues, que les résultats. Dans une ligne, formée par douze globes de 2 pouces de diamètre, nous avons trouvé que la quantité de fluide électrique que contient le premier globe, est à celle que contient le deuxième :: 1,50 : 1,00 ; en comparant le premier globe avec le sixième ou avec celui du milieu, nous avons trouvé que la quantité de fluide électrique que prend le premier globe, est à celle que prend le sixième :: 1,70 : 1,00.

V I.

QUATRIÈME EXPÉRIENCE.

Distribution du fluide électrique entre vingt-quatre globes de 2 pouces de diamètre, mis en contact sur une même ligne.

EN comparant toujours par la même méthode le premier globe avec le deuxième, j'ai trouvé que la quantité d'électricité que contenoit le premier globe, étoit à celle que contenoit le deuxième :: 1,56 : 1,00 ; en comparant le premier & le douzième, ou celui du milieu, j'ai trouvé que la quantité de l'électricité que contenoit le premier globe de la file, étoit à celle du globe du milieu :: 1,75 : 1,00.

Résultat des deux dernières expériences.

Il résulte de ces deux expériences que, quel que soit le nombre des globes mis en contact sur une ligne droite, la densité moyenne varie considérablement du premier au deuxième globe, mais qu'ensuite elle varie très-lentement du deuxième jusqu'à celui du milieu : dans la quatrième expérience, nous avions une ligne formée de 24 globes. La densité moyenne du premier au deuxième globe, a diminué

dans le rapport de 1,56 à 1,00; mais, du second au douzième, elle n'a varié que dans le rapport de 1,75 à 1,56.

Si nous voulons appliquer ici les méthodes d'approximation qui précèdent, nous prendrons d'abord la ligne formée de douze globes, en nommant δ^1 la densité moyenne du premier globe, δ^2 celle du deuxième, δ^3 celle du troisième, δ^4 celle du quatrième, &c. nous aurons pour la première équation qui exprime l'équilibre au point a ,

$$\delta^1 = \delta^2 + \frac{2}{3^2} \delta^3 + \frac{2}{5^2} \delta^4 + \frac{2}{7^2} \delta^5 + \frac{2}{9^2} \delta^6 \\ + \frac{2}{11^2} \delta^7 + \frac{2}{13^2} \delta^8 + \frac{2}{15^2} \delta^9 + \frac{2}{17^2} \delta^{10} + \frac{2}{19^2} \delta^{11} + \frac{2}{21^2} \delta^{12}.$$

Mais puisque les densités, depuis le deuxième globe jusqu'à celui du milieu, varient lentement, que d'ailleurs les coefficients diminuent suivant une série très-convergente,

à mesure que l'on s'éloigne de δ^2 ; l'on peut, sans grande erreur, supposer $\delta^3, \delta^4 = \delta^2$; d'où en sommant la série,

l'on aura très-approchant $\delta^1 = 1,41 \delta^2$;

quantité moindre à peu-près d'un dixième que $\delta^1 = 1,55 \delta^2$ que nous a fourni l'expérience, différence produite, ainsi que nous l'avons expliqué, *article III*, par le fluide condensé au dernier globe à l'extrémité de l'axe; au lieu que dans les autres, c'est à l'équateur que le *maximum* de la condensation a lieu.

Pour déterminer à présent la quantité de l'électricité que contient le sixième globe, relativement au premier, je forme, d'après la méthode de l'*article IV*, un tableau

de cinq équations qui expriment l'état d'équilibre à tous les points de contact.

Voici ces cinq équations :

$$\begin{aligned} \text{Au point } a \dots & - \frac{1}{\rho^1} + \frac{2}{\rho^2} + \frac{2}{3^2} \frac{\rho^3}{\rho^1} + \frac{2}{5^2} \frac{\rho^4}{\rho^1} + \frac{2}{7^2} \frac{\rho^5}{\rho^1} + \frac{2}{9^2} \frac{\rho^6}{\rho^1} \\ & + \frac{2}{11^2} \frac{\rho^6}{\rho^1} + \frac{2}{13^2} \frac{\rho^5}{\rho^1} + \frac{2}{15^2} \frac{\rho^4}{\rho^1} + \frac{2}{17^2} \frac{\rho^3}{\rho^1} + \frac{2}{19^2} \frac{\rho^2}{\rho^1} + \frac{2}{21^2} \frac{\rho^1}{\rho^1} = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Au point } a^1 \dots & - \frac{2}{3^2} \frac{\rho^1}{\rho^1} - \frac{2}{\rho^2} + \frac{\rho^3}{\rho^1} + \frac{2}{3^2} \frac{\rho^4}{\rho^1} + \frac{2}{5^2} \frac{\rho^5}{\rho^1} + \frac{2}{7^2} \frac{\rho^6}{\rho^1} \\ & + \frac{2}{9^2} \frac{\rho^6}{\rho^1} + \frac{2}{11^2} \frac{\rho^5}{\rho^1} + \frac{2}{13^2} \frac{\rho^4}{\rho^1} + \frac{2}{15^2} \frac{\rho^3}{\rho^1} + \frac{2}{17^2} \frac{\rho^2}{\rho^1} + \frac{2}{19^2} \frac{\rho^1}{\rho^1} = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Au point } a^2 \dots & - \frac{2}{5^2} \frac{\rho^1}{\rho^1} - \frac{2}{3^2} \frac{\rho^2}{\rho^1} - \frac{\rho^3}{\rho^1} + \frac{\rho^4}{\rho^1} + \frac{2}{3^2} \frac{\rho^5}{\rho^1} + \frac{2}{5^2} \frac{\rho^6}{\rho^1} \\ & + \frac{2}{7^2} \frac{\rho^6}{\rho^1} + \frac{2}{9^2} \frac{\rho^5}{\rho^1} + \frac{2}{11^2} \frac{\rho^4}{\rho^1} + \frac{2}{13^2} \frac{\rho^3}{\rho^1} + \frac{2}{15^2} \frac{\rho^2}{\rho^1} + \frac{2}{17^2} \frac{\rho^1}{\rho^1} = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Au point } a^3 \dots & - \frac{2}{7^2} \frac{\rho^1}{\rho^1} + \frac{2}{5^2} \frac{\rho^2}{\rho^1} - \frac{2}{3^2} \frac{\rho^3}{\rho^1} - \frac{\rho^4}{\rho^1} + \frac{\rho^5}{\rho^1} + \frac{2}{3^2} \frac{\rho^6}{\rho^1} \\ & + \frac{2}{5^2} \frac{\rho^6}{\rho^1} + \frac{2}{7^2} \frac{\rho^5}{\rho^1} + \frac{2}{9^2} \frac{\rho^4}{\rho^1} + \frac{2}{11^2} \frac{\rho^3}{\rho^1} + \frac{2}{13^2} \frac{\rho^2}{\rho^1} + \frac{2}{15^2} \frac{\rho^1}{\rho^1} = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Au point } a^4 \dots & - \frac{2}{9^2} \frac{\rho^1}{\rho^1} - \frac{2}{7^2} \frac{\rho^2}{\rho^1} - \frac{2}{5^2} \frac{\rho^3}{\rho^1} - \frac{2}{3^2} \frac{\rho^4}{\rho^1} - \frac{\rho^5}{\rho^1} + \frac{\rho^6}{\rho^1} \\ & + \frac{2}{3^2} \frac{\rho^6}{\rho^1} + \frac{2}{5^2} \frac{\rho^5}{\rho^1} + \frac{2}{7^2} \frac{\rho^4}{\rho^1} + \frac{2}{9^2} \frac{\rho^3}{\rho^1} + \frac{2}{11^2} \frac{\rho^2}{\rho^1} + \frac{2}{13^2} \frac{\rho^1}{\rho^1} = 0. \end{aligned}$$

Ces cinq équations entre six inconnues étant du premier degré, il est facile par les méthodes ordinaires de les réduire à une seule, qui représentera le rapport de la densité moyenne de deux globes pris à volonté dans notre ligne formée par 12 globes mis en contact; mais, comme nous n'avons pas besoin ici d'une précision beaucoup plus grande que celle fournie par l'expérience, nous remarquerons que les densités des différens globes ne varient pas considérablement, excepté du premier au deuxième globe; ainsi l'on peut prendre les densités intermédiaires comme égales, lorsqu'on ne les introduit dans le calcul qu'en petites

fractions; ainsi, pour avoir le rapport de la densité d'un des globes de la ligne avec le premier, il faut faire en sorte de combiner les équations, de manière que le coefficient de la densité dont on veut avoir l'évaluation, soit beaucoup plus grand que les autres; mais, si j'ajoute ensemble les cinq équations qui précèdent, j'aurai

$$0 = -1,38 \overset{1}{\delta} - 0,33 \overset{2}{\delta} - 0,07 \overset{3}{\delta} + 0,07 \overset{4}{\delta} + 0,33 \overset{5}{\delta} + 1,36 \overset{6}{\delta} \\ + 0,38 \overset{6}{\delta} + 0,16 \overset{5}{\delta} + 0,10 \overset{4}{\delta} + 0,07 \overset{3}{\delta} + 0,05 \overset{2}{\delta} + 0,04 \overset{1}{\delta}.$$

Dans cette équation, on voit qu'il n'y a que les coefficients de

$\overset{1}{\delta}$ & $\overset{6}{\delta}$ qui soient considérables : nous savons de plus que la densité varie peu, excepté du premier au deuxième globe; ainsi nous pouvons supposer la densité moyenne électrique, à peu-près la même dans les termes dont les coefficients sont des fractions depuis le deuxième jusqu'au sixième globe;

il résultera de cette supposition $1,34 \overset{1}{\delta} = 2,16 \overset{6}{\delta}$;
d'où . . . $\overset{1}{\delta} = 1,54 \overset{6}{\delta}$.

L'expérience a donné $\overset{1}{\delta} = 1,70 \overset{6}{\delta}$; en sorte que le rapport de la quantité du fluide électrique du premier globe se trouve, relativement à celui du globe du milieu, d'un dixième à peu-près plus grand par l'expérience que par le calcul : résultat conforme à tout ce que nous avons trouvé précédemment.

V I I.

Distribution du fluide électrique sur la surface d'un cylindre.

C I N Q U I È M E E X P É R I E N C E.

ON s'est servi dans cette expérience, pour suspendre l'aiguille de la balance électrique, d'un fil d'argent doré, dont la force de torsion, sous le même angle de torsion,

n'étoit que la vingtième partie de celle du fil de cuivre le plus fin, numéroté 12 dans le commerce, qui a servi dans les quatre expériences qui précèdent.

On a placé, *fig. 2, n.^o 3*, un cylindre de 2 pouces de diamètre & 30 pouces de longueur, terminé par deux demi-sphères, sur un support idio-électrique. On a fait toucher ce cylindre électrisé par un petit plan de papier doré, soutenu par un fil de gomme laque que l'on introduisoit ensuite dans la balance suivant les procédés déjà indiqués dans notre cinquième mémoire, *volume de 1787, planche I.^{re} figure 3*. Il a résulté de cette expérience, en touchant alternativement un point pris au milieu de la surface du cylindre & un point pris à l'extrémité, que la densité au milieu du cylindre est à celle à l'extrémité, comme 1,00 : 2,30.

En comparant un point au milieu du cylindre avec un point à 2 pouces de l'extrémité, l'on a trouvé la densité électrique au milieu du cylindre à celle à 2 pouces de l'extrémité, comme 1,00 : 1,25.

En comparant le point du milieu avec un point sur le grand cercle de la demi-sphère qui termine le cylindre ou au point *e*, à 1 pouce de son extrémité, on a trouvé les densités, comme 1,00 : 1,80.

Résultat de cette expérience.

Il résulte de cette expérience, que sur les deux derniers pouces à l'extrémité du cylindre, la densité électrique est beaucoup plus considérable que vers le milieu du cylindre; mais qu'elle varie peu depuis le milieu du cylindre jusqu'à deux pouces de son extrémité.

V I I I.

Théorie de la distribution du fluide électrique sur la surface d'un cylindre isolé.

LORSQU'UN corps est chargé de fluide électrique, &

que ce fluide est en équilibre, il faut qu'en divisant le corps en deux parties, & calculant l'action de ces deux parties sur un point quelconque, cette action étant évaluée dans une même direction, il y ait équilibre. Ainsi il suffit, pour avoir les conditions d'équilibre du fluide électrique sur la surface d'un cylindre, de calculer les conditions d'équilibre relativement à l'axe de ce cylindre.

PREMIER EXEMPLE.

Cylindre de deux pouces de diamètre & six pouces de longueur.

Le cylindre, *fig. 2, n.º 1*, a 2 pouces de diamètre & 6 pouces de longueur; on le divise aux points 1 & 2 par des plans perpendiculaires à l'axe, en trois parties égales; il est terminé par une demi-sphère aux deux extrémités. On suppose que la densité moyenne sur la surface de la partie *d a e* est Δ^1 ; que celle sur la partie *d e g f* est Δ^2 : celle de la partie *f g b* sera la même que celle de *d a e*.

Mais l'action de la demi-sphère *k a L* sur le point 1, dans la direction *a 1*, est $\pi \Delta^1 (1 - \frac{1}{\sqrt{1/2}})$: le rayon du cylindre étant l'unité, & π le rapport de la circonférence au rayon; la portion du cylindre *d k L e*, dont la longueur est égale au rayon, a pour action sur le point 1 dans la direction *a 1*, la quantité $\pi \Delta^1 (1 - \frac{1}{\sqrt{1/2}})$: l'action de la portion *d e g f*, qui a 2 pouces de longueur sur le même point 1 dans la direction opposée, est égale à $\pi \Delta^2 (1 - \frac{1}{\sqrt{1/5}}) = 0,55 \pi \Delta^2$; l'action de la portion *f b g*, sur le même point 1, dans la même direction, peut sans erreur sensible se calculer comme si elle étoit réunie au milieu de 2 *b* ou à 3 pouces du point 1; ainsi

son action sur le point 1 est très-approchant $0,22 \pi \delta$, d'où résulte pour exprimer l'équilibre au point 1 de toutes les actions évaluées suivant la direction de l'axe,

$$\text{l'équation } 0,59 \delta^1 = 0,55 \delta^2 + 0,22 \delta,$$

$$\text{d'où résulte } \delta^1 = 1,49 \delta^2.$$

DEUXIÈME EXEMPLE.

Cylindre de deux pouces de diamètre & de douze pouces de longueur.

Si le cylindre, *fig. 2, n.º 2*, avoit 12 pouces de longueur & qu'il fût terminé en demi-sphère à chaque extrémité, pour avoir une valeur approchée de la densité moyenne de ses différentes parties, on le diviseroit en 6 parties égales de 2 pouces chacune de longueur, & on chercheroit les conditions d'équilibre dans la direction de l'axe

pour le point 1 & pour le point 2. Soit δ^1 la densité moyenne sur la partie de la surface qui répond à *a 1*; δ^2 la

densité moyenne sur la surface qui répond à *1 2*; δ^3 sur la surface qui répond à *2 3*; l'on aura, d'après ce qui est expliqué dans l'article qui précède, les deux équations suivantes.

Pour l'équilibre au point 1 :

$$1.^{\text{re}} \text{ éq. } 0,59 \delta^1 = 0,55 \delta^2 + 0,22 \delta^3 + 0,08 \delta^4 + 0,04 \delta^5 + 0,02 \delta^6.$$

Pour l'équilibre au point 2.

$$2.^{\text{e}} \text{ éq. } 0,22 \delta^1 = 0,55 \delta^2 + 0,55 \delta^3 + 0,22 \delta^4 + 0,08 \delta^5 + 0,04 \delta^6.$$

Ces deux équations se réduisent à

$$1.^{\text{re}} \dots 0,57 \overset{1}{\delta} = 0,59 \overset{2}{\delta} + 0,30 \overset{3}{\delta},$$

$$2.^{\text{e}} \dots 0,18 \overset{1}{\delta} = - 0,47 \overset{2}{\delta} + 0,77 \overset{3}{\delta},$$

$$\text{d'où résulte } \overset{1}{\delta} = 1,60 \overset{3}{\delta} \text{ \& } \overset{1}{\delta} = 1,55 \overset{2}{\delta};$$

rapports un peu plus grands, mais qui se rapprochent cependant beaucoup de ceux que nous avons trouvés *art. II* & *III*, pour six globes égaux mis en contact sur une ligne droite. L'on sent en effet, d'après les observations que nous avons faites *art. IV*, dans la théorie de la distribution du fluide électrique sur six globes en contact & en ligne droite, que la densité étant presque nulle dans les points de contact des globes & dans les parties qui avoisinent, la distribution moyenne du fluide électrique sur chaque globe doit être à peu-près la même que sur un cylindre continu qui auroit 12 pouces de longueur, & qui seroit terminé par deux demi-sphères.

I X.

Seconde méthode d'approximation pour déterminer par la théorie, la distribution du fluide électrique le long de la surface d'un cylindre terminé par deux demi-sphères.

D'APRÈS les deux exemples qui précèdent, & d'après la théorie que nous avons donnée de la distribution du fluide électrique sur une ligne formée de douze globes de 2 pouces en contact, il est facile, en divisant un cylindre en un nombre de parties égales chacune à son diamètre, de déterminer la densité moyenne de chacune de ces parties; mais lorsque le cylindre a une grande longueur, la méthode suivante est suffisante, & simplifie beaucoup le calcul.

Je

Je prends pour exemple un cylindre de 30 pouces de longueur & 2 pouces de diamètre, *fig. 2, n.^o 3*. Je diviserai, pour avoir une première approximation, ce cylindre en trois parties inégales; la première formée de la demi-

sphère *e b f*, dont la densité est δ^1 ; la deuxième, de la portion cylindrique *e e' f f'*, ayant 2 pouces de longueur, dont la densité est δ^2 ; la troisième depuis *d'* jusqu'en *a*,

extrémité de l'axe du cylindre dont la densité est δ^3 . Il faut à présent calculer l'action de ces trois parties sur les points *d* & *d'* suivant la direction de l'axe. L'on en tirera les deux équations approchées.

Première équation pour l'équilibre au point *d* :

$$\frac{\delta^1}{2} = \delta^2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{15}} \right) + \delta^3 \left(\frac{1}{\sqrt{15}} - \frac{1}{29} \right).$$

Deuxième équation pour l'équilibre au point *d'* :

$$\frac{\delta^1}{(2\frac{1}{2})^2} = -\delta^2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{15}} \right) + \delta^3 \left(1 - \frac{1}{27} \right).$$

Le calcul de ces deux équations est fondé sur ce que l'action de la surface demi-sphérique *e b f*, sur le point *d*

qui est à son centre, est égal à $\frac{\pi \delta^1}{2}$; & sur ce que l'action

d'une portion de surface cylindrique, dont la densité *D* est uniforme, agissant dans la direction de l'axe, est égale

à $\pi D r \left(\frac{1}{(rr + aa)^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{(rr + xx)^{\frac{1}{2}}} \right)$ dans laquelle

a représente la distance du point où le cylindre commence, au point sur lequel il agit; *x* représente la distance du point où le cylindre finit, au point sur lequel il exerce son action; *r* est le rayon du cylindre; π le rapport de la circonférence au rayon : en appliquant cette formule

à notre exemple , l'on en tire les deux équations qui

précèdent, d'où résulte $\delta = 2,09 \delta$, & $\delta = 1,14 \delta$.

Ainsi, par ce calcul approché, l'on trouve que la densité moyenne du fluide électrique sur la surface de la demi-sphère qui termine le cylindre, est double de la densité moyenne sur la surface du cylindre. Si nous comparons ce résultat avec la dernière expérience, *art. VII*, l'on a trouvé par cette expérience, que la densité à l'extrémité de l'axe du cylindre ou au pôle de la demi-sphère qui le termine, est à celle au milieu du cylindre :: 2,30 : 1,00 ; nous avons également trouvé, *même article*, que la densité sur le grand cercle de cette demi-sphère est à celle au milieu du cylindre :: 1,80 : 1,00. Ainsi, en prenant une moyenne entre ces deux valeurs, dont l'une représente la plus grande densité de la demi-sphère, & l'autre la plus petite, cette densité décroissant depuis le pôle de la demi-sphère jusqu'à l'équateur, l'on aura le rapport de la densité moyenne de la demi-sphère à la densité moyenne sur le cylindre, comme $\frac{2,30 + 1,80}{2} : 1,00 :: 2,05 : 1,00$,

presque exactement la même quantité qui nous a été fournie par la théorie ; ce qui doit effectivement avoir lieu, puisque la densité varie très-peu depuis le milieu du cylindre jusqu'à 2 ou 3 pouces de son extrémité. Nous donnerons dans la suite de ce Mémoire des méthodes d'approximations, pour déterminer d'une manière suffisamment exacte dans la pratique, les loix de la variation de la densité électrique le long de la surface d'un cylindre.

X.

De la manière dont le fluide électrique se distribue entre un certain nombre de globes égaux mis en contact sur une même ligne terminée par un globe d'un plus grand diamètre.

LES expériences de cet article s'exécutent comme celles

qui précèdent; l'on met sur des ifoloirs idio-électriques la file des petits globes de 2 pouces de diamètre, ainfi que le globe de 8 pouces. Un de ces petits globes fe place à différens endroits de la ligne, & alternativement dans la balance.

X I.

SIXIÈME EXPÉRIENCE.

Distribution du fluide électrique entre trois globes en contact, l'un ayant 8 pouces de diamètre, & les deux autres 2 pouces de diamètre.

EN fuivant *fig. 3*, dans cette expérience les procédés des articles qui précèdent, j'ai trouvé qu'en ne plaçant que deux globes, 1 & 2, de 2, pouces de diamètre, dont les centres étoient placés en ligne avec celui du globe *C* de 8 pouces de diamètre, la quantité d'électricité dont fe chargeoit le globe 2, le plus éloigné du gros globe, étoit à celle du globe 1 en contact avec le globe *C* :: 2,54 : 1,00.

X I I.

Théorie de cette Expérience.

SI l'on fait le calcul de cette expérience, en fupposant, comme dans les articles qui précèdent, que la maffe du fluide électrique de chaque globe eft répandue uniformément fur la furface de ce globe; fi l'on représente par *D* la denfité moyenne du fluide électrique fur la furface du

gros globe *C*, par *R* le rayon de ce globe; fi Δ^1 représente la denfité du fluide électrique de la furface du petit globe 1

en contact avec le gros globe; & fi Δ^2 représente la denfité électrique de la furface du globe 2, dont le rayon eft *r*; on aura les deux équations fuivantes :

Dans le contact au point *a* ;

$$1.^{\text{re}} \text{ équation, } D = \overset{1}{\delta} + 0,22 \overset{2}{\delta}.$$

Dans le contact au point *a'* ;

$$2.^{\text{e}} \text{ équation, } \frac{\overset{2}{D} \overset{2}{R}^2}{(R + 2r)^2} = -\overset{1}{\delta} + \overset{2}{\delta}.$$

Et comme dans notre expérience le globe *C* a 8 pouces de rayon , & les deux autres seulement 2 pouces , l'on aura , d'après ces deux équations ,

$$\overset{2}{\delta} = 1,55 \overset{1}{D}, \overset{1}{\delta} = 0,67 \overset{2}{D}, \text{ \& } \overset{2}{\delta} = 2,35 \overset{1}{\delta}.$$

Nous venons de trouver par l'expérience $\overset{2}{\delta} = 2,54 \overset{1}{\delta}$, quantité un peu plus grande que celle trouvée par la théorie ; ce qui doit effectivement avoir lieu , ainsi que nous l'avons dit plus haut , en vertu de la condensation du fluide électrique vers le point *a'*, extrémité de l'axe du petit globe qui termine la file.

X I I I.

SEPTIÈME EXPÉRIENCE.

Un globe de 8 pouces , & quatre globes de 2 pouces en contact.

L'ON a mis, *fig. 3*, quatre globes de 2 pouces de diamètre 1, 2, 3, 4, en contact avec le globe *C*, de 8 pouces de diamètre, & l'on a cherché le rapport des quantités d'électricité que prenoit un globe de 2 pouces placé successivement en 1 & en 4. Par un résultat moyen entre six observations alternatives, l'on a trouvé qu'en plaçant 4 petits globes de 2 pouces à la file en contact avec le globe *C'*, la quantité du fluide électrique que prenoit un petit globe de 2 pouces placé à l'extrémité de la file en 4, étoit à celle du globe 1, immédiatement en contact avec le globe de 8 pouces *C*, comme 3,40 : 1,00.

X I V.

Résultat & Théorie de la septième Expérience.

POUR calculer par la théorie la septième expérience, où nous avons mis en contact quatre globes de 2 pouces avec un globe de 8 pouces, l'on formera, d'après les méthodes que nous avons déjà expliquées, quatre équations qui exprimeront l'état d'équilibre aux points a, a', a'', a''' . Soit, comme

à l'article précédent, D la densité moyenne du fluide électrique sur la surface du gros globe C' , dont le rayon est R ;

δ^1 la densité moyenne sur la surface du globe 1; δ^2 celle sur le globe 2; δ^3 celle sur le globe 3; δ^4 celle sur le globe 4, comme dans notre expérience $R = 4r$: nous aurons les quatre équations.

Première équation. L'équilibre au point a donne

$$D = \delta^1 + 0,22 \delta^2 + 0,08 \delta^3 + 0,04 \delta^4.$$

Deuxième équation. L'équilibre au point a' ,

$$0,89 D = - \delta^1 + \delta^2 + 0,22 \delta^3 + 0,08 \delta^4.$$

Troisième équation. L'équilibre au point a'' ,

$$0,50 D = - 0,22 \delta^1 - \delta^2 + \delta^3 + 0,22 \delta^4.$$

Quatrième équation. L'équilibre au point a''' ,

$$0,32 D = - 0,08 \delta^1 - 0,22 \delta^2 - \delta^3 + \delta^4.$$

Pour résoudre ces quatre équations, ajoutons la première à la quatrième, & la deuxième à la troisième, nous aurons ;

$$1.^{\text{re}} \& 4.^{\text{me}} \quad 1,32 D = 0,92 \delta^1 - 0,92 \delta^3 + 1,04 \delta^4.$$

$$2.^{\text{me}} \& 3.^{\text{me}} \quad 1,39 D = - 1,22 \delta^1 + 1,22 \delta^2 -$$

Il est clair que dans cette opération, le coefficient de δ^2 dispa- roît dans les deux résultats, & que dans chaque équation, δ^1 & δ^3 ont le même coefficient; ainsi, divisant le premier résultat par 0,92, le deuxième par 1,22, ajoutant l'un à l'autre, nous aurons

$$\left(\frac{1,32}{0,92} + \frac{1,39}{1,22} \right) D = \left(\frac{1,04}{0,92} + \frac{0,30}{1,22} \delta^4 \right);$$

d'où l'on retirera $\delta^4 = 1,88 D$.

Si l'on substitue cette valeur de δ^4 dans les trois premières équations, & que l'on continue l'opération pour déterminer les valeurs de δ^3 , δ^2 , δ^1 , l'on trouvera $\delta^1 = 0,60 D$; $\delta^2 = 1,06 D$; $\delta^3 = 1,28 D$; $\delta^4 = 1,88 D$;

d'où résulte $\frac{\delta^4}{\delta^1} = \frac{1,88}{0,60} = 3,13$; mais nous avons

trouvé par l'expérience $\delta^4 = 3,40 \delta^1$; ainsi le rapport donné par notre théorie est, comme l'on voit, plus petit à peu-près d'un dixième de celui que fournit l'expérience; ce qui est conforme à tout ce que nous avons trouvé précédemment, & aux réflexions d'après lesquelles nous avons vu qu'il falloit corriger notre théorie.

R E M A R Q U E.

Si nous ajoutons ensemble les densités des quatre petits globes, & que nous prenions le quart de cette somme, nous aurons la densité moyenne des quatre petits globes, en supposant que la somme des densités soit distribuée uniformément sur les quatre globes. Cette densité moyenne

seroit égale à $\frac{0,60 D + 1,06 D + 1,28 D + 1,88 D}{4} = 1,205 D$.

X V.

HUITIÈME EXPÉRIENCE.

POUR confirmer la théorie qui précède, j'ai tâché de déterminer d'une manière directe par l'expérience, le rapport entre la densité du gros globe *C* de 8 pouces de diamètre, & celle du petit globe 4 qui termine la ligne dans la supposition précédente de cinq globes en contact. Voici le procédé que j'ai suivi dans cette comparaison.

Je déterminois d'abord comme dans l'expérience précédente, la densité du globe 4 placé à l'extrémité de la file; je séparois ensuite le globe *C* de la file des quatre petits globes, sans en détruire l'électricité; & je faisois toucher le gros globe par le globe 4 que je présentois ensuite dans la balance électrique, pour déterminer d'une manière directe la quantité d'électricité que ce globe 4 prenoit par un contact immédiat avec le gros globe. D'après ce procédé, j'ai trouvé que le globe 4 placé à l'extrémité de la file des petits globes, prenoit une quantité d'électricité qui étoit à celle qu'il prenoit lorsqu'on le mettoit seul en contact immédiat avec le globe *C* isolé, :: 1,60 : 1,00. Nous trouvons ce rapport par la théorie :: 1,88 : 1,00; mais la théorie, comme nous avons vu dans la supposition de la densité uniforme sur la surface de chaque globe, le donne nécessairement trop petit, & d'après les réflexions & les expériences qui précèdent, la théorie corrigée auroit donné très-approchant ce rapport comme :: 2,00 : 1,00. Pour évaluer le résultat de l'expérience, il faut à présent se ressouvenir, ainsi que nous l'avons vu dans le Mémoire qui précède, qu'un globe de 2 pouces mis en contact avec un globe de 8 pouces, prend une densité moyenne, plus grande que celle du globe de 8 pouces, dans le rapport de 1,30 à 1,00. Ainsi, pour avoir le véritable rapport entre la densité du globe 4 placé le dernier dans la file, & celle du globe *C*, il faut multiplier

1,60 *D*, qui représente la densité qu'a prise le globe 4, en touchant le globe *C* par 1,30, & l'on trouvera par expérience, entre la densité moyenne du petit globe 4 placé le dernier dans la file, & entre la densité moyenne de la surface du globe de 8 pouces, le rapport comme 2,08 : 1,00, presque exactement le même que celui qui vient d'être donné par la théorie corrigée.

X V I.

NEUVIÈME EXPÉRIENCE.

Un globe de 8 pouces de diamètre, mis en contact avec une ligne de 24 petits globes de 2 pouces chacun de diamètre, formant une longueur de 48 pouces.

DANS cette expérience, l'on compare les différens globes qui forment la ligne au vingt-quatrième, c'est-à-dire, à celui qui termine la ligne.

Vingt-quatrième comparé au vingt-troisième.

En comparant le dernier à l'avant-dernier, c'est-à-dire, le vingt-quatrième globe de 2 pouces au vingt-troisième, l'on a trouvé par une moyenne entre six essais, que la quantité de l'électricité, ou la densité moyenne du fluide électrique sur la surface du vingt-quatrième globe, étoit à celle du vingt-troisième, comme 1,49 : 1,00.

Vingt-quatrième comparé au douzième.

En comparant le vingt-quatrième globe au douzième ou à celui placé au milieu de la ligne, l'on a trouvé la densité moyenne du vingt-quatrième à celle du douzième globe, comme 1,70 : 1,00.

Vingt-quatrième comparé au deuxième.

En comparant le vingt-quatrième avec le deuxième, l'on

l'on a trouvé que la quantité d'électricité moyenne du vingt-quatrième globe étoit à celle du deuxième, comme 2,10 : 10.

Vingt-quatrième comparé au premier.

En comparant le vingt-quatrième globe à celui immédiatement en contact avec le globe de 8 pouces, l'on a trouvé la quantité moyenne d'électricité du vingt-quatrième globe à celle du premier, comme 3,72 : 1,00.

Le vingt-quatrième globe comparé au globe de 8 pouces.

Enfin, en comparant par la méthode corrigée, expliquée dans l'article qui précède, la densité moyenne de l'électricité du vingt-quatrième globe de 2 pouces avec celle du globe de 8 pouces, l'on a trouvé ce rapport, comme 2,16 : 1,00, qui ne diffère, comme l'on voit, que très-peu de celui que nous avons trouvé à l'article qui précède, pour le quatrième globe qui terminoit une ligne formée de 4 globes de 2 pouces en contact avec un globe de 8 pouces.

X V I I.

Application du calcul aux expériences qui précèdent.

J'AI formé un tableau de 24 équations qui représentent, d'après la méthode des articles qui précèdent, l'état d'équilibre à tous les points de contact : ce tableau se trouvera à la fin de ce Mémoire. La réduction des 24 équations à deux inconnues, ne demande que de la patience, & n'a aucune difficulté ; mais comme la longueur du calcul pourroit fatiguer la plupart des physiciens, il est facile d'imaginer différentes méthodes d'approximation pour l'abrégé ; en voici quelques-unes.

Si l'on prend dans notre tableau la vingt-quatrième équation, l'on remarquera, d'après l'expérience & d'après les observations théoriques qui précèdent, que la différence de la densité moyenne électrique entre le vingt-troisième

& le vingt-quatrième globe, est très-considérable, mais que la variation de densité des globes décroît ensuite très-lentement du vingt-troisième au vingt-deuxième globe, & consécutivement du vingt-deuxième au vingt-unième; l'on remarquera de plus que dans cette vingt-quatrième équation, les coefficients décroissent très-rapidement. Ainsi l'on peut sans grande erreur supposer dans cette vingt-quatrième équation, que la densité moyenne de tous les petits globes, depuis le vingt-troisième jusqu'au premier, est égale, & de-là résultera

$$d^{24} = d^{23} \left(1 + \frac{2}{3^2} + \frac{2}{5^2} + \frac{2}{7^2} + \&c. + \frac{2}{45^2} \right) + 0,013 D.$$

Comme D est plus petit que d^{23} , on peut négliger $0,013 D$, & l'on aura *

* Pour avoir d'une manière approchée la valeur de cette série très-convergente, l'on peut se servir d'une méthode connue, très-simple, suffisante dans la pratique.

L'on voit que les termes consécutifs ayant le même numérateur, les dénominateurs suivent la progression du carré des nombres impairs; ainsi, si l'on prend un des termes de la progression à la distance m d'un autre terme, tel, par exemple, que $\frac{1}{7^2}$, cette somme intégrée comme formant une ligne courbe ordinaire, donneroit pour sa différentielle

$$\frac{2 dm}{(7 + 2m)^2}, \text{ \& pour l'intégrale } k = \frac{1}{7 + 2m}; \text{ ou } k = \frac{1}{7},$$

parce que cette quantité doit s'évanouir quand $m = 0$. Ainsi, si les termes consécutifs de la série différoient peu l'un de l'autre, cette intégrale représenteroit assez exactement la somme de la série. Mais il faut remarquer, pour corriger cette valeur, que, si, *fig. 4*, c , c ,

&c. c , représente la courbe que nous venons d'intégrer, dont la base $1 m$ est divisée en parties égales à l'unité; & si l'on construit sur les divisions de cette base, chaque terme de la série, ces termes seront représentés

par les parallélogrammes $1^1 2^1 c^1 b^1$, $2^2 3^2 c^2 b^2$, &c.; ainsi chaque terme de la série différera du terme correspondant dans la différentielle de la surface de la courbe d'un petit triangle $1^1 1^1 2^1 c^1 b^1 c^1$; & si chaque élément $c^1 c^1$, $c^2 c^2$, &c. peut être pris pour une ligne droite, il est facile de voir que la somme de la série diffère de l'intégrale de la courbe, d'une quantité égale à la somme de tous les petits

triangles $1^1 1^1 2^1 c^1 b^1 c^1$, $2^2 2^2 3^2 c^2 b^2 c^2$, &c. plus au dernier terme de la série, représenté dans la figure par le parallélogramme rectangle $m^m (m+1)^m c^m b^m$. Mais la somme de ces petits triangles, plus la moitié du dernier terme ou du petit parallélogramme $c^m b^m m (m+1)$,

$$\delta^{24} = \delta^{23} \left(1 + \frac{2}{3^2} + \frac{2}{5^2} + \&c. + \frac{2}{45^2} \right) = 1,44 \delta^{23}$$

l'expérience nous a donné à l'article qui précède,

$\delta^{24} = 1,49 \delta^{23}$, qui diffère, comme l'on voit, très-peu du résultat que fournit la théorie; mais il faut remarquer qu'ici les erreurs de supposition sur lesquelles nous fondons nos calculs, se compensent mutuellement; l'on fait la densité moyenne du vingt-quatrième globe plus petite qu'elle n'est réellement, comme nous l'avons vu *art. IV*; mais l'on fait aussi la densité du vingt-troisième globe trop petite, puisqu'on suppose la même densité depuis le vingt-troisième jusqu'au premier globe, au lieu qu'elle va toujours en décroissant.

Si nous voulons avoir d'une manière approchée les valeurs des densités $\delta^1 \delta^2 \delta^3$ relativement à D , nous supposons que dans les quatre premières équations, les densités sont égales depuis δ^4 jusqu'à δ^{24} , & pour lors les quatre premières équations du tableau se réduiront, *fig. 3*, à

$$\text{pour le point de contact } a... D = \delta^1 + 0,22 \delta^2 + 0,08 \delta^3 + 0,14 \delta^4,$$

$$\text{pour le point de cont. } a. 0,89 D = -\delta^1 + \delta^2 + 0,22 \delta^3 + 0,22 \delta^4,$$

$$\text{pour le point de cont. } a. 0,50 D = -0,22 \delta^1 - \delta^2 + \delta^3 + 0,44 \delta^4,$$

$$\text{pour le point de cont. } a. 0,32 D = -0,08 \delta^1 - 0,22 \delta^2 - \delta^3 + 1,44 \delta^4.$$

est égale à la moitié du premier terme ou du parallélogramme rec-

tangle $c^1 b^1 12$; ainsi la somme des termes qui forme la série, est égale à l'intégrale de la courbe, plus à la moitié du premier terme, plus à la moitié du dernier; ainsi dans notre

$$\begin{aligned} \text{exemp'le : } & 1 + \frac{2}{3^2} + \frac{2}{5^2} + \frac{2}{7^2} \\ & + \&c. + \frac{2}{45^2} = 1 + \frac{2}{3^2} + \frac{2}{5^2} \\ & + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{45} \right) + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{45^2} \\ & = 1,44. \end{aligned}$$

M m m m ij

Faisons pour ces quatre équations les mêmes opérations que nous avons faites *art. XV*, & nous aurons

$$\delta^1 = 0,51 D, \delta^2 = 0,92 D; \delta^3 = 1,04 D; \delta^4 = 1,14 D.$$

Les valeurs δ^1, δ^2 & δ^4 qui diffèrent peu l'une de l'autre, annoncent que, sans une grande erreur, l'on a pu prendre depuis δ^4 jusqu'à δ^{24} les densités égales, puisque les coefficients décroissent, suivant une série très-convergente; il est clair cependant que δ^4 , trouvé par cette opération, est un peu trop grand, puisque les densités vont en décroissant depuis δ^4 jusqu'à δ^{24} , & que dans notre supposition elles sont égales.

Les densités $\delta^1, \delta^2, \delta^3, \delta^4$, étant déterminées relativement à D , d'après les équations qui précèdent, si nous substituons leurs valeurs dans les cinquième, sixième, septième & huitième équations de notre tableau, & que nous supposions dans ces quatre équations toutes les autres densités égales, depuis δ^8 jusqu'à δ^{24} , nous pourrions, en suivant le même procédé, déterminer, au moyen de ces quatre nouvelles équations, les densités approchées de $\delta^5, \delta^6, \delta^7, \delta^8$; nous parviendrions ensuite, par la même méthode, à déterminer par approximation les valeurs de $\delta^9, \delta^{10}, \delta^{11}, \delta^{12}$, &c. Si d'après ces valeurs ainsi déterminées, nous voulions avoir celle de $\delta^1, \delta^2, \delta^3, \delta^4$, d'une manière plus approchée que nous ne les avons eues par la première opération, nous substituerions dans les quatre premières équations, les valeurs que nous aurions trouvées pour $\delta^5, \delta^6, \delta^7$, &c. & les quatre premières équations combinées ensemble,

nous donneroient pour lors d'une manière très-approchée

les valeurs de δ^1 , δ^2 , δ^3 , &c., en ayant soin d'y introduire les corrections indiquées au commencement de ce Mémoire.

X V I I I.

De la manière dont le fluide électrique se distribue entre un globe & des cylindres de différentes longueurs, mais de même diamètre.

DIXIÈME EXPÉRIENCE.

L'ON a électrisé un globe de 8 pouces de diamètre, l'on y a fait toucher une balle de 9 lignes de diamètre, isolée & soutenue par un fil de gomme laque que l'on a introduit à l'ordinaire dans la balance; l'aiguille a été chassée à 28 degrés, avec une force de torsion, tout compris, de 154 degrés.

L'ON a fait tout de suite toucher ce globe de 8 pouces par un cylindre de 2 pouces de diamètre & de 30 pouces de longueur, & en retirant le cylindre, l'on a fait toucher le globe par la petite balle de 9 lignes de diamètre que l'on a introduite de nouveau dans la balance; l'aiguille a été chassée à la même distance que la première fois avec une force, tout compris, de 68 degrés.

X I X.

Résultat de cette expérience.

LE globe de 8 pouces avant le contact du cylindre, a une quantité de l'électricité que nous trouvons représentée par 154 degrés; mais il faut remarquer que dans l'intervalle des observations, la quantité d'électricité diminue d'un quarantième par le contact de l'air; ainsi pour comparer la première observation à la deuxième, il faut réduire à 150 degrés la quantité d'électricité de la pre-

mière observation. Mais nous trouvons que par le contact du cylindre, ces 150 degrés se réduisent à 68 degrés; ainsi, par le contact, le cylindre a pris 82 degrés de la masse électrique du globe, & ne lui en a laissé que 68 degrés, en sorte que la quantité du fluide électrique du cylindre à celle du globe, est après ce partage, :: 82 : 68, :: 1,21 : 1,00.

Pour avoir actuellement le rapport des densités moyennes du fluide électrique répandu sur la surface du cylindre à la densité du fluide électrique sur la surface du globe, l'on remarquera que le globe ayant 8 pouces de diamètre, & le cylindre 2 pouces de diamètre & 30 pouces de longueur, la surface du cylindre est à celle du globe, :: 60 : 64; ainsi les densités moyennes du fluide électrique répandu uniquement sur la surface des corps, étant égales à la quantité de ce fluide divisée par la surface, la densité moyenne de ce fluide sur la surface du cylindre, sera à celle sur la surface du globe, :: $\frac{1,21}{60} : \frac{1,00}{64}$, :: 1,29 : 1,00.

Par une moyenne prise entre beaucoup d'autres expériences, l'on peut évaluer ce rapport, :: 1,30 : 1,00.

X X.

ONZIÈME EXPÉRIENCE.

L'on a déterminé par la même méthode, la quantité d'électricité, que prenoit un cylindre qui n'avoit que la moitié ou même le tiers de la longueur du premier; & l'on a trouvé, en suivant les procédés de l'expérience précédente, que la densité moyenne d'un cylindre de 15 pouces & même de dix pouces de longueur, étoit à la densité moyenne du même fluide sur le globe de 8 pouces, à peu-près dans le même rapport que nous venons de trouver pour le globe de 8 pouces lorsqu'il partage son fluide électrique avec un cylindre de 30 pouces de longueur.

Il faut seulement remarquer que , lorsque le globe est très-gros relativement au cylindre , & que ce cylindre a très-peu de longueur , pour lors la densité moyenne du petit cylindre , relativement à celle du globe , sera beaucoup moins grande que lorsque le cylindre aura beaucoup de longueur ; ainsi , par exemple , lorsque j'ai mis en contact avec un globe de 8 pouces , un petit cylindre de 5 à 6 lignes de longueur & de 2 lignes de diamètre , la densité moyenne du fluide électrique sur la surface de ce cylindre , étoit à celle du globe à peu-près dans le rapport de 2 à 1 ; mais si je mettois en contact avec ce même globe , un cylindre de 2 lignes de diamètre & de plus de 6 pouces de longueur , la densité moyenne du cylindre étoit à celle du globe de 8 pouces , à peu-près :: 8 : 1. L'on verra dans la suite que la théorie s'accorde avec ce résultat.

X X I.

R E M A R Q U E.

IL est facile de sentir que la théorie doit donner à peu-près les résultats qui nous ont été fournis par les expériences qui précèdent ; car , si l'on suppose que l'on mette successivement notre globe de 8 pouces en contact avec un cylindre de 30 pouces , & ensuite avec un cylindre de 15 pouces , en électrisant ce globe à chaque fois , de manière qu'après le contact avec les deux cylindres , il conserve dans les deux cas la même quantité d'électricité , il faudra , puisqu'il y a équilibre , que la quantité d'électricité & la distribution sur le cylindre de 15 pouces , soient telles , que son action sur le point de contact avec le globe , soit la même que celle du cylindre de 30 pouces ; mais comme l'action est en raison inverse du carré des distances dans le cylindre de 30 pouces , toutes les parties placées au-delà de 15 pouces se trouvent à une distance assez considérable du point de contact , pour que leur action ne soit qu'une quantité très-petite , relativement à l'action

des 15 premiers pouces qui avoisinent le contact. Ainsi pour conserver l'équilibre dans les deux suppositions, la quantité du fluide électrique du gros globe étant supposée la même, il faut que le fluide sur les premiers 15 pouces produise, dans les deux cas, à peu-près la même action; ainsi, il faut que le fluide électrique y soit à peu-près en égale quantité, & distribué à peu-près de même. Par conséquent, le rapport de la densité moyenne entre le globe & les cylindres, doit être à peu-près le même dans les deux cas.

X X I I.

De la manière dont le fluide électrique se partage entre un globe électrisé & des cylindres de différens diamètres, mais de même longueur.

COMME les expériences destinées à cet article s'exécutent exactement par les mêmes méthodes que celles qui précèdent, je ne rapporterai ici que les résultats.

Le globe de 8 pouces de diamètre placé sur des supports idio-électriques, étant électrisé, l'on a fait toucher ce globe par trois différens cylindres de trente pouces de longueur.

Le premier cylindre a 2 pouces de diamètre; le deuxième cylindre a 1 pouce de diamètre; le troisième cylindre a seulement 2 lignes de diamètre.

L'on détermine d'abord la quantité d'électricité du globe avant qu'il ait été touché par un cylindre; l'on détermine ensuite sa quantité d'électricité après qu'il a été touché par ce cylindre; la différence de ces deux quantités d'électricité, donne celle que prend le cylindre dans le contact, qui, comparée avec celle qui reste au globe, donne le rapport entre la quantité d'électricité du globe & la quantité d'électricité moyenne du cylindre après le contact: mais comme le fluide électrique est répandu, comme nous l'avons prouvé, seulement sur la surface des corps, l'on aura la densité de ce fluide, en divisant sa quantité par la surface du corps.

En

En suivant cette méthode de réduction, il a résulté de beaucoup d'expériences, que la densité moyenne sur la surface d'un globe de 8 pouces étant représentée par le nombre.....1,00.

• Celle d'un cylindre de deux pouces de diamètre

& 30 pouces de longueur seroit représentée par 1,30.

Celle d'un cylindre d'un pouce de diamètre par...2,00.

Celle d'un cylindre de 2 lignes de diamètre par...9,00.

Dans ces résultats, le cylindre de 2 lignes de diamètre n'ayant que la douzième partie du diamètre du premier, la densité moyenne du fluide électrique qui couvre la surface est 7 à 9 fois plus considérable que celle du cylindre de deux pouces de diamètre; d'où il résulte que cette augmentation de densité ne suit pas exactement le rapport des diamètres des cylindres, mais un rapport plus petit. Dans la pratique, il m'a paru que l'on auroit d'une manière suffisamment exacte les densités de différens cylindres, mis en contact avec un globe dont la densité électrique seroit une quantité constante, en les supposant entr'elles en raison inverse de la puissance $\frac{4}{3}$ du diamètre des cylindres; puissance qui varie & paroît s'approcher de l'unité, lorsque l'on compare entr'eux des cylindres dont le diamètre est très-petit relativement à celui du globe, & qui est plus petite que l'unité, à mesure que les diamètres du cylindre augmentent relativement à celui du globe. Nous venons en effet de trouver que la densité électrique d'un globe dont le diamètre est 4 fois plus considérable que celui d'un cylindre, étant représentée par D , la densité moyenne du cylindre est égale à $1,30 D$; mais l'on trouve par des expériences analogues à celles dont nous venons de rapporter le résultat, que lorsque le diamètre du globe est seulement deux fois plus grand que celui du cylindre, la densité moyenne du cylindre sera égale à $0,85 D$: si enfin le diamètre du globe est égal à celui du cylindre, nous trouverons la densité électrique moyenne du cylindre égale à $0,60 D$.

X X I I I.

I.^{re} REMARQUE.

Le raisonnement, indépendamment de tout calcul, annonce le résultat qui précède; c'est-à-dire que, d'après le raisonnement, l'on aperçoit que la densité moyenne de deux cylindres de différens diamètres, ne doit pas suivre exactement l'inverse des diamètres, mais un rapport un peu plus petit.

Prenons deux cylindres égaux en longueur, dont les diamètres soient comme 2 : 1, & mettons-les successivement en contact avec un globe électrisé; supposons que la quantité d'électricité primitive de ce globe ait été telle qu'après le contact il ait conservé dans les deux cas la même quantité d'électricité: si l'on divise les cylindres en un grand nombre de parties égales en longueur, pour qu'il y ait équilibre aux points de contact du globe & des cylindres, il faut, puisque l'action du globe est la même dans les deux cas, que chaque partie correspondante, & de la même longueur dans les deux cylindres, ait la même force électrique pour faire équilibre à celle du globe. Mais il faut remarquer que les deux cylindres étant en contact avec le globe par l'extrémité de leurs axes, le fluide électrique répandu sur la surface des deux cylindres agira, dans les parties qui avoisinent le globe, plus directement sur le point de l'axe en contact avec le globe dans un cylindre d'un petit diamètre, que dans un cylindre d'un grand diamètre; ainsi il ne faudra pas pour l'équilibre, précisément la même quantité de fluide électrique sur la surface d'un cylindre d'un petit diamètre, que sur la surface d'un cylindre d'un plus grand diamètre; ainsi la densité sur la surface du globe étant supposée la même après le contact des deux cylindres, la densité moyenne du fluide électrique sur la surface du petit cylindre, ne sera pas à celle d'un plus grand cylindre tout-à-fait en raison inverse du diamètre des cylindres, &

la variation de ce rapport sera d'autant plus grande, que le diamètre de cylindre sera plus grand relativement à celui du globe.

XXIV.

Deuxième remarque.

IL se présente ici une observation très-intéressante, c'est celle de l'action des pointes, ou des cylindres d'un très-petit diamètre appliqués par leur extrémité à un corps électrisé. L'expérience apprend qu'un corps ainsi armé d'une pointe, perd rapidement la plus grande partie de son électricité. Les résultats qui précèdent rendent raison de ce phénomène.

Nous trouvons en effet par l'expérience, qu'un cylindre de deux lignes de diamètre & de 30 pouces de longueur, mis en contact avec un globe de 8 pouces, s'enveloppe d'un fluide électrique dont la densité moyenne est 9 fois plus considérable que celle du globe. Mais nous avons vu plus haut, *art. VII, quatrième expérience*, que lorsqu'un cylindre est électrisé & terminé par une demi-sphère du même diamètre que le cylindre, la densité du fluide électrique à l'extrémité de l'axe du cylindre étoit à celle sur le milieu du cylindre, :: 2,30 : 1,00. Ce rapport doit même être plus grand, ainsi que le raisonnement & l'expérience l'indiquent, lorsque ce cylindre a beaucoup de longueur & qu'une de ses extrémités est en contact avec un gros globe; ainsi en supposant le cylindre de 2 lignes de diamètre, arrondi à son extrémité en demi-sphère, la densité électrique à l'extrémité de l'axe de ce cylindre, seroit à celle sur la surface du globe, de 8 pouces, comme neuf fois 2,30 est à 1,00, comme 20,7 est à 1,0 : mais comme l'air est un corps d'une idio-électricité imparfaite dont toutes les parties mobiles ne résistent à la communication & à la pénétration du fluide électrique, qu'autant qu'elle n'est portée qu'à un très-petit degré de densité, il en résulte

qu'en faisant toucher l'extrémité de notre cylindre de 2 lignes de diamètre, au globe de 8 pouces chargé d'électricité, le fluide électrique doit s'échapper par l'extrémité du cylindre avec d'autant plus de rapidité, que la densité électrique sera plus forte; & cette densité électrique étant encore très-grande à l'extrémité du cylindre, dans le temps qu'elle sera presque insensible sur la surface du globe, le globe doit se dépouiller très-promptement de presque toute son électricité. Ceci ne contrarie en rien la loi que nous avons trouvée dans notre troisième Mémoire, qui nous adonné le décroissement successif de la densité des petits globes proportionnel à la densité, parce que, ainsi que nous l'avons dit pour lors, cette loi n'a lieu que lorsque la densité électrique est peu considérable.

X X V.

De la manière dont le fluide électrique se partage entre des globes de différens diamètres, & un même cylindre.

EN suivant dans les expériences & dans leur réduction les mêmes méthodes que dans les articles qui précèdent, l'on trouvera que, lorsque les globes sont d'un diamètre beaucoup plus grand que celui du cylindre, comme par exemple huit fois & au-delà, les densités électriques des différens globes en contact avec le cylindre étant supposées égales à une même quantité D , les densités du fluide électrique qui enveloppera le cylindre seront entr'elles comme le diamètre des globes; en sorte, par exemple, que si l'on prend notre globe de 8 pouces en contact avec un cylindre d'un pouce, nous avons vu à l'article *XXII*, que la densité du globe étant D , celle du cylindre étoit à peu-près $2 D$: mais si au lieu d'un globe de 8 pouces l'on mettoit en contact avec le même cylindre un globe dont le diamètre seroit de 24 pouces, & dont la densité du fluide électrique répandu sur la surface de ce globe, seroit, comme dans le premier cas, égale à D , la densité électrique moyenne du fluide

électrique qui envelopperoit le cylindre , seroit à peu-près égale à $6 D$.

X X V I.

Résultat des Expériences qui précèdent.

Si d'après les expériences qui précèdent , l'on veut avoir le rapport entre la densité électrique du fluide répandu sur la surface d'un globe & celle d'un cylindre d'un diamètre quelconque en contact par son extrémité avec ce globe, il suffira d'observer que puisque pour un même globe & différens cylindres , d'après l'article XXII, les densités électriques des différens cylindres seront entr'elles en raison inverse de la puissance $\frac{4}{3}$ des diamètres du cylindre ; puissance qui se rapproche beaucoup de l'unité, lorsque le globe a un diamètre beaucoup plus grand que celui du cylindre, pour différens globes & le même cylindre, si le diamètre des globes est beaucoup plus grand que celui du cylindre, la densité du cylindre suivra le rapport du diamètre des globes : en supposant D la densité du globe, R son rayon, δ la densité moyenne du cylindre, r son rayon, l'on aura généralement

$$\delta = \frac{m D R}{r^{\frac{4}{3}}}, \text{ ou } \frac{m D R}{r} \text{ lorsque } R \text{ est beaucoup plus}$$

grand que r . Dans cette équation, m est un coëfficient constant, que l'on déterminera facilement par l'expérience.

Si en effet l'on observe que lorsque nous avons mis ; article XXXIII, un globe de 4 pouces de rayon en contact avec un cylindre de 30 pouces de longueur & de 2 lignes de diamètre, nous avons eu pour la densité moyenne du fluide électrique qui enveloppe le cylindre $\delta = 9 D$; on

verra que dans cet exemple notre équation $\delta = \frac{m D R}{r}$;

en substituant à la place de $\frac{R}{r}$ le nombre 48, donnera

$$\delta = 48 m D = 9 D ; \text{ d'où résulte } m = \frac{9}{48}.$$

Application de ce résultat au cerf-volant électrique.

LORSQUE par un temps orageux l'on élève un cerf-volant, dont la corde est conductrice ou tressée avec un fil de métal, l'on fait qu'au moment du passage d'un nuage chargé de fluide électrique dans la région où se trouve le cerf-volant, si l'extrémité inférieure de la corde est isolée, ou attachée à un corps idio-électrique, la corde du cerf-volant lance des étincelles électriques de tout côté, & ces étincelles se portent avec la plus grande violence & le plus grand danger sur tous les corps conducteurs qui avoisinent cette corde : il est facile de voir que ce phénomène résulte nécessairement des expériences qui précèdent & de la formule que l'on en a tirée.

Supposons, pour servir d'exemple, que le nuage chargé de fluide électrique a la forme d'un globe de mille pieds de rayon ; que la corde du cerf-volant a une ligne de rayon ; que δ est la densité moyenne sur la surface de la corde :

l'équation $\delta = \frac{m D R}{r}$ donnera ici $\delta = \frac{2}{48} 1000. 12^2 D$

$= 27000 D$. Mais nous avons vu, *art. VII, 4.^e expérience* ; que la densité électrique, à l'extrémité d'un cylindre électrisé, terminé en demi-sphère, étoit à la densité moyenne du cylindre, :: 2,30 : 1,00. Ainsi la densité électrique à l'extrémité de la corde, seroit égale à 62000 D , ou soixante-deux mille fois plus grande que la densité électrique du fluide qui est supposé envelopper le nuage. Il doit donc nécessairement arriver, comme il arrive effectivement, que le fluide électrique condensé à ce degré de densité le long de la corde du cerf-volant, étincelle de tout côté, sur-tout vers l'extrémité de cette corde ou vers son attache inférieure, & se porte avec violence à des distances souvent de plusieurs pieds sur tous les corps conducteurs qui avoisinent.

X X V I I I.

Détermination théorique de la densité des différens points & de la densité moyenne d'un cylindre mis en contact par son extrémité avec un globe d'un plus grand diamètre que ce cylindre.

Cylindres de différens diamètres & de même longueur.

LE moyen d'approximation le plus simple pour déterminer le rapport entre la densité électrique de la surface du globe & celle du cylindre, lorsque le cylindre a beaucoup de longueur, est de diviser toute la longueur du cylindre en parties égales à son diamètre, & de regarder chaque partie comme un petit globe du même diamètre, de chercher, comme l'on a fait plus haut, *article XVII*, les conditions d'équilibre dans tous les points de contact. Voici deux autres méthodes d'approximation.

X X I X.

Première Méthode.

P R E M I E R E X E M P L E.

Cylindre de 30 pouces de longueur, 2 pouces de diamètre, en contact par son extrémité avec un globe de 8 pouces de diamètre.

Si je veux déterminer la densité moyenne ou la densité du fluide électrique sur le milieu d'un cylindre de 2 pouces de diamètre & de 30 pouces de longueur, en contact par son extrémité avec un globe de 8 pouces de diamètre, je supposerai ce cylindre terminé par deux demi-sphères, & divisé en quinze parties égales au diamètre du cylindre; je calculerai l'action à chaque division, comme si la ligne étoit formée de quinze petits globes de 2 pouces de diamètre

chacun. D'après cette supposition, les quinze premières équations de notre tableau nous donneroient la densité de chaque petit globe qui forme la ligne : mais si l'on veut avoir la densité moyenne électrique approchée, il faut déterminer cette densité vers le milieu du cylindre ou vers le huitième globe. Pour simplifier le calcul, il faut observer que, d'après notre tableau, si l'on ajoute ensemble les huit

premières équations, le coefficient de δ^8 sera plus grand que le coefficient des termes qui en sont éloignés ; que d'ailleurs la variation de la densité d'un globe à l'autre vers le milieu de la ligne est peu considérable. Si d'après ces réflexions, l'on réunit ensemble les huit premières équations,

l'on aura pour tous les termes qui suivent δ^7 , les séries suivantes :

$$\begin{aligned} \delta^8 (1 + \frac{2}{3^2} + \frac{2}{5^2} + \frac{2}{7^2} + \&c. + \frac{2}{15^2}) &= \delta^8 (1,30 + \frac{1}{7} - \frac{1}{15} + \frac{2}{7^2} + \frac{1}{15^2}) \\ \delta^9 (\dots \frac{2}{3^2} + \frac{2}{5^2} + \frac{2}{7^2} + \&c. + \frac{2}{17^2}) &= \delta^9 (0,30 + \frac{1}{7} - \frac{1}{17} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{17^2}) \\ \delta^{10} (\dots \dots \frac{2}{5^2} + \frac{2}{7^2} + \&c. + \frac{2}{19^2}) &= \delta^{10} (0,08 + \frac{1}{7} - \frac{1}{19} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{19^2}) \\ \delta^{11} (\dots \dots \dots \frac{2}{7^2} + \&c. + \frac{2}{(21)^2}) &= \delta^{11} (+ \frac{1}{7} - \frac{1}{21} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{21^2}) \\ \delta^{12} (\dots \dots \dots \frac{2}{9^2} + \&c. + \frac{2}{23^2}) &= \delta^{12} (\dots \frac{1}{9} - \frac{1}{23} + \frac{1}{9^2} + \frac{1}{23^2}) \\ \delta^{13} (\dots \dots \dots \frac{2}{11^2} + \&c. + \frac{2}{25^2}) &= \delta^{13} (\dots \frac{1}{11} - \frac{1}{25} + \frac{1}{11^2} + \frac{1}{25^2}) \\ \delta^{14} (\dots \dots \dots \frac{2}{13^2} + \&c. + \frac{2}{27^2}) &= \delta^{14} (\dots \frac{1}{13} - \frac{1}{27} + \frac{1}{13^2} + \frac{1}{27^2}) \\ \delta^{15} (\dots \dots \dots \frac{2}{15^2} + \&c. + \frac{2}{29^2}) &= \delta^{15} (\dots \frac{1}{15} - \frac{1}{29} + \frac{1}{15^2} + \frac{1}{29^2}) \end{aligned}$$

Tous les premiers termes de cette équation représentent la somme des coefficients des huit premières équations du tableau ; le second terme à droite représente chaque série qui

qui forme ces coefficients, sommée d'après la méthode que nous avons expliquée dans la note du quinzième article.

Actuellement la variation de la densité des petits globes qui avoisinent le globe δ étant peu considérable, & les coefficients diminuant rapidement à mesure que l'on s'éloigne de δ , l'on peut, par approximation, prendre toutes les densités égales depuis δ jusqu'à δ^{15} , ce qui donnera pour la somme de nos séries l'équation définitive,

$$\delta \left(1,68 + \frac{3}{7} + \int \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \&c. + \frac{1}{15} \right) - \int \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \&c. + \frac{1}{29} \right) + \frac{3}{7^2} + \int \left(\frac{1}{7^2} + \frac{1}{9^2} + \&c. + \frac{1}{29^2} \right) + \frac{1}{15^2} \right).$$

L'on summara les séries par approximation, soit en prenant des valeurs moyennes, que l'on multipliera par le nombre des termes, soit en suivant, comme nous allons le faire, la méthode que nous avons donnée, *note de l'article XV*, qui donnera

$$\int \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \&c. + \frac{1}{15} \right) = \frac{1}{2\mu} \log. \left(\frac{15}{7} \right) + \frac{1}{14} + \frac{1}{30},$$

où μ est le module du système logarithmique : par la même méthode $\left(\frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \&c. + \frac{1}{29} \right) = \frac{1}{2\mu} \log. \frac{29}{15} + \frac{1}{30} + \frac{1}{58}$; l'on aura de plus

$$\int \left(\frac{1}{7^2} + \frac{1}{9^2} + \&c. + \frac{1}{29^2} \right) = \frac{1}{7} - \frac{1}{29} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{29^2};$$

ainsi en réunissant toutes ces valeurs, & faisant μ égal à 0,434, module du système logarithmique des tables ordinaires, la somme de tous les coefficients des huit premières

équations de notre tableau, depuis δ jusqu'à δ^{15} , donnera 2,40 δ .

Mém. 1788,

O o o o

Pour compléter l'équation , il faut ajouter ensemble tous les termes qui , dans les huit premières équations précèdent δ^8 , depuis δ^7 jusqu'à δ^1 . L'on remarquera, en examinant le tableau, que si toutes les densités étoient égales depuis δ^7 jusqu'à δ^1 , tous ces termes se détruiraient mutuellement, le coefficient positif de δ^7 étant égal au coefficient négatif de δ^1 , & ainsi alternativement: l'on remarquera de plus, qu'excepté ces coefficients de δ^7 & de δ^1 , les autres sont très-petits; que d'ailleurs la variation de la densité d'un globe à l'autre, ne croît rapidement que du premier globe dont la densité est δ^1 , au second globe dont la densité est δ^2 . Ainsi l'on peut, sans une grande erreur, supposer que tous les termes entre δ^7 & δ^1 se détruisent mutuellement, & la valeur très-approchée de la somme de tous les termes qui précèdent δ^8 dans les huit premières équations, sera représentée par

$$(\delta^7 - \delta^1) \left(\frac{2}{3^2} + \frac{2}{5^2} + \&c. + \frac{2}{13^2} \right) = 0,40 (\delta^7 - \delta^1);$$

mais, d'après les observations qui précèdent, δ^7 peut être pris pour δ^8 . Nous avons trouvé, *article XIV*, par approximation, $\delta^1 = 0,52 D$.

Ainsi, en prenant la somme des huit premières équations de notre tableau, nous aurons d'une manière approchée l'équation

$$D \left(1 + \frac{2 R^2}{(R + 2 r)^2} + \frac{2 R^2}{(R + 4 r)^2} + \&c. + \frac{2 R^2}{(R + 14 r)^2} \right) + 0,21 D = 2,80 D.$$

Comme dans nos expériences & dans la supposition de cet exemple, $R = 4 r$, il ne sera pas très-long de calculer exactement la somme du premier terme; mais si on la détermine par la méthode d'approximation de l'article XIV, ce qui est très-suffisant, l'on aura dans notre exemple,

$$D \left(1 + \frac{16}{6} - \frac{16}{18} + \frac{16}{6^2} + \frac{16}{18^2} \right) + 0,21 D = 3,48 D = 2,80 D;$$

d'où résulte finalement $D = 1,24 D$, quantité que nous avons trouvée, par les expériences, égale à $1,30 D$; ainsi la théorie & l'expérience ne diffèrent entre elles que par des quantités trop petites, pour que les opérations approchées qui précèdent puissent les évaluer.

X X X.

DEUXIÈME EXEMPLE.

Cylindre de trente pouces de longueur, deux lignes de diamètre, en contact par son extrémité avec un globe de huit pouces.

Si je veux comparer actuellement un cylindre de 30 pouces de longueur & de 2 lignes de diamètre, avec un globe de 8 pouces, à la place du cylindre je peux supposer une ligne formée de 180 petits globes de 2 lignes de diamètre, en contact par son extrémité avec ce globe. Ainsi, en suivant, d'après cette supposition, la méthode de l'exemple qui précède, je formerai une table de 180 équations analogue à celle de cet exemple; & en prenant la somme des 91 premières équations, j'aurai pour tous

O o o o ij

les termes qui suivent $\overset{91}{\delta}$, la quantité

$$\overset{91}{\delta} \left(1,68 + \frac{3}{7} + \frac{3}{7^2} + \frac{1}{181} + \int \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \&c. + \frac{1}{181} \right) \right. \\ \left. - \int \left(\frac{1}{181} + \frac{1}{183} + \&c. + \frac{1}{359} \right) + \int \left(\frac{1}{7^2} + \frac{1}{9^2} + \&c. + \frac{1}{359^2} \right) : \right.$$

en prenant les sommes des séries, d'après la méthode expliquée à la note de l'article XVII, cette quantité se réduira

à $3,70 \overset{91}{\delta}$.

Si l'on calcule actuellement la somme des termes qui précèdent $\overset{91}{\delta}$, dans le même membre d'équation, on la trouvera égale à $0,46 \left(\overset{90}{\delta} - \overset{1}{\delta} \right)$, en se conformant aux observations de l'article qui précède : mais $\overset{90}{\delta}$ peut être pris égal à $\overset{91}{\delta}$, & $\overset{3}{\delta}$ peut être sans erreur sensible pour notre opération, calculé d'après les deux premières équations qui formeront le tableau : en supposant les densités égales

depuis $\overset{2}{\delta}$ jusqu'à $\overset{180}{\delta}$, ces deux premières équations seroient,

$$1.^{\text{re}} \text{ équat. } D = \overset{1}{\delta} + \left(\frac{2}{3^2} + \frac{2}{5^2} + \&c. + \frac{2}{359^2} \right) \overset{2}{\delta} = \overset{1}{\delta} + 0,46 \overset{2}{\delta}.$$

$$2.^{\text{e}} \text{ éq. } 1,84 D = -\overset{1}{\delta} + \left(1 + \frac{2}{3^2} + \frac{2}{5^2} + \&c. + \frac{2}{359^2} \right) \overset{2}{\delta} = -\overset{1}{\delta} + 1,46 \overset{2}{\delta},$$

d'où résulte $\overset{2}{\delta} = 48, D$ & $\overset{1}{\delta} = 0,32 D$. Ainsi $0,46 \overset{1}{\delta} = 0,15 D$; ainsi, le second membre de la somme des 91

premières équations, seroit égal à $\left(3,70 + 0,46 \right) \overset{91}{\delta} - 0,15 D$.

Reste à calculer la somme du premier membre formé de l'addition des 91 premiers termes qui expriment l'action du gros globe; cette somme, d'après ce que nous avons dit à l'article qui précède, sera représentée par la formule,

$$D (1 + (48)^2 \left(\frac{2}{(48 + 2)^2} + \frac{2}{(48 + 4)^2} + \text{etc.} + \frac{2}{228^2} \right)),$$

quantité égale d'après la méthode d'approximation de la note de l'article XIV à

$$D (1 + (48)^2 \left(\frac{1}{50} - \frac{1}{228} + \frac{1}{50^2} + \frac{1}{228^2} \right)) = 38,18 D.$$

Ainsi en comparant ce terme avec le deuxième membre,

nous aurons $(38,18 + 0,15) D = 4,16 \overset{91}{\Delta}$, d'où résulte finalement $\overset{91}{\Delta} = 9,21 D$.

Nous avons trouvé, article XXIV, qu'en mettant un globe de 8 pouces de diamètre en contact avec un cylindre de 2 lignes de diamètre & de 30 pouces de longueur, si la densité du globe, après le contact, étoit D , la densité moyenne du cylindre étoit, d'après l'expérience, égale à $9,00 D$. Ainsi, l'expérience dans cet exemple s'accorde avec la théorie aussi-bien que l'on peut l'attendre dans des recherches de ce genre : nous avons trouvé le même accord dans l'exemple qui précède entre la théorie & l'expérience, quoique le cylindre soit douze fois plus gros que dans l'expérience actuelle ; ainsi la vérité des deux résultats se confirme l'un par l'autre.

X X X I.

Cylindres de différentes longueurs en contact avec le même globe.

Nous avons trouvé à l'article XXIX, que par la théorie l'on avoit la densité moyenne d'une ligne de 30 pouces de longueur, formés avec quinze petits globes de 2 pouces de diamètre en contact avec un globe de 8 pouces, égale à $1,24 D$, où D exprime la densité de la surface du globe après le contact ; mais nous avons trouvé, remarque de l'article XIV, qu'en mettant seulement quatre globes de 2 pouces de diamètre en contact avec le même globe de

8 pouces de diamètre, la densité de la surface du globe étant D , la densité moyenne pour la ligne des quatre globes, étoit par la théorie, égale à $1,21 D$; ainsi la théorie nous apprend, que quelle que soit la longueur d'un cylindre ou d'une ligne formée par des petits globes du même diamètre que ce cylindre, la densité moyenne est à peu près égale; résultat conforme à celui donné par la dixième & la onzième expérience.

X X X I I.

R E M A R Q U E.

IL faut seulement remarquer, que lorsque les cylindres ont très-peu de longueur, & sont d'un très-petit diamètre relativement à celui du gros globe, pour lors le petit cylindre prend une densité moyenne beaucoup plus petite que celle que prendroit un cylindre du même diamètre, mais d'une plus grande longueur. Pour se convaincre de cette vérité, calculons la densité de deux petits globes de 2 lignes seulement de diamètre chacun, formant une longueur de 4 lignes en contact par son extrémité avec un globe de 8 pouces de diamètre, cette supposition fournirait les deux équations :

$$1.^{\text{re}} \text{ équation. } D = \overset{1}{\delta} + 0,22 \overset{2}{\delta}.$$

$$2.^{\text{me}} \text{ équation. } 1,84 D = \overset{1}{\delta} + \overset{2}{\delta}.$$

Il résulte de ces deux équations, $\overset{1}{\delta} = 0,48 D$, & $\overset{2}{\delta} = 2,36 D$; ainsi la densité moyenne du système de 4 lignes de longueur, formée par les deux petits globes de 2 lignes chacun de diamètre, seroit égale à $\frac{(0,48 + 2,36) D}{2}$
 $= 1,42 D$, quantité que nous avons trouvée à l'article XXX, égale à $1,21 D$ pour une ligne du même diamètre, mais de 30 pouces de longueur.

XXXII.

REMARQUE.

CETTE théorie confirmée par l'expérience, d'après les méthodes que nous avons expliquées plus haut, rend raison d'un résultat électrique connu depuis long-temps. L'on sait que, lorsqu'un globe électrisé est armé d'une aiguille ou d'une pointe, il perd rapidement son électricité, mais beaucoup moins promptement lorsque cette aiguille est très-courte. Voici l'explication de ce phénomène; la force coërcitive que l'air oppose à l'écoulement du fluide électrique étant limitée, plus la densité de ce fluide sera grande, plus le fluide s'écoulera rapidement. Ainsi, dans notre exemple, lorsque l'aiguille a 30 pouces de longueur & 2 lignes de diamètre, la densité moyenne est égale à 9,21 D ; mais elle est seulement égale à 1,42 D , lorsque le cylindre a 4 lignes de longueur; ainsi le fluide électrique doit s'échapper avec beaucoup plus de rapidité par la première aiguille que par la deuxième.

XXXIV.

Deuxième méthode d'approximation pour déterminer la variation de la densité électrique le long de la surface d'un cylindre en contact par son extrémité avec un globe.

IL est facile, d'après les observations qui précèdent, de trouver différens moyens d'approcher aussi près que l'on voudra, par le calcul, de la variation de la densité électrique le long de la surface d'un cylindre. Pour fixer l'imagination sur un exemple, prenons notre cylindre, *figure 7*, de deux pouces de diamètre & 30 pouces de longueur, & supposons-le comme dans cette figure, en contact par son extrémité avec un globe de 8 pouces. D'après tout ce que nous avons dit dans ce Mémoire & dans celui qui

précède, il est facile de voir que la densité du fluide électrique est nulle dans le cercle de contact $a' a$ du cylindre & du globe ; que pour le globe, la densité électrique croît depuis le point a jusqu'au pôle opposé f' où est son *maximum* ; que l'accroissement de cette densité rapide sur les 25 à 30 premiers degrés, en partant du point a , se ralentit ensuite considérablement, en sorte que l'accroissement de la densité électrique est presque insensible depuis le point μ de l'équateur jusqu'au pôle f' : dans la surface cylindrique, la densité est nulle ou au moins insensible au point a ; elle croît ensuite rapidement sur les deux ou trois premiers pouces, moins rapidement ensuite à, mesure que l'on s'approche du milieu du cylindre, où se trouve à peu-près le *maximum* de cet accroissement ; la variation de l'accroissement de la densité augmente ensuite assez lentement jusqu'à deux ou trois pouces de l'extrémité, mais très-rapidement sur ces deux derniers pouces. La distance, *figure 7*, de la ligne ponctuée au globe & au cylindre, indique à peu-près le lieu géométrique de la densité électrique : en prenant le cercle $f k f'$, & la ligne $a a$ pour axe, les ordonnées $k i, n g, f' \phi ; a m, a m,$
 $a m,$ &c. représenteront les densités.

Si l'on divise actuellement le cylindre, *figure 7*, en un nombre quelconque de parties égales ou inégales, telles que $f 1 ; 1 2, 2 M,$ &c. en observant de faire très-courtes les parties où la variation de la densité doit être considérable, il sera facile de former à la place de la courbe

$a m m m m m$ un polygone, en joignant les points $a, m,$
 m, m &c. par des lignes droites. Dans ce polygone les densités croîtront d'un point à un autre, suivant une ligne droite, & le polygone aura autant de côtés que le cylindre de divisions ; ainsi cherchant à chaque division l'état d'équilibre

libre sur l'axe entre l'action de toutes les portions du cylindre, & l'action du globe qui le termine, nous aurons autant d'équations que le polygone a de côtés. Il sera par conséquent possible, & même facile, ainsi qu'on va le voir, de déterminer, relativement à l'axe, l'inclinaison de chaque côté du polygone, & par conséquent d'avoir la variation approchée de la densité.

X X X V.

Voici les principes du calcul pour chaque partie du cylindre : une portion (*figure 6*) $B P$ d'une surface cylindrique agissant sur un point b de son axe, suivant l'inverse du carré des distances, la densité au point Q étant $Q d = \delta$, & croissant ensuite suivant la ligne $d M$, l'on demande l'action de cette surface sur le point b .

Soit $b B = a$; $b p = x$; $B p = x - a$, $\frac{\varphi^m}{B p} = n$; que le rayon du globe soit R , celui du cylindre r , le rapport de la circonférence au rayon égal π ; l'on aura pour l'action de la zone de superficie élémentaire qui répond à $p p'$, cette action évaluée dans la direction de l'axe, la quantité

$$\begin{aligned} & \left[\delta + n (x - a) \right] \frac{\pi r x dx}{(rr + xx)^{\frac{1}{2}}} = \frac{(\delta - na) x r dx}{(rr + xx)^{\frac{1}{2}}} \\ & + \frac{\pi r x^2 dx}{(rr + xx)^{\frac{1}{2}}} = (\delta - na) \frac{\pi r x dx}{(rr + xx)^{\frac{1}{2}}} + \frac{\pi r x^2 dx}{(rr + xx)} \\ & - \frac{\pi r dx}{(rr + xx)^{\frac{1}{2}}} + \frac{\pi r dx}{(rr + xx)^{\frac{1}{2}}}, \text{ dont l'intégrale} \end{aligned}$$

prise de manière qu'elle s'évanouisse, quand $x = a$ donnera, μ étant le module logarithmique;

$$\begin{aligned} & \pi r \delta \left[\frac{1}{(rr + aa)^{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{(rr + xx)^{\frac{1}{2}}} \right] + \pi r n \left[\frac{a - x}{(rr + x^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \\ & + \frac{n \pi r}{\mu} \log. \frac{x + (rr + xx)^{\frac{1}{2}}}{a + (rr + aa)^{\frac{1}{2}}}. \end{aligned}$$

Mém. 1788.

P P P P

JE suppose à présent que je veux d'abord déterminer la variation de la densité vers le milieu de mon cylindre, qui dans notre exemple a 2 pouces de diamètre & 30³ pouces de longueur; si, *fig. 7*, je fais passer par le point *m*, que je suppose répondre au milieu de mon cylindre, une ligne *d m d'* parallèle à l'axe du cylindre, il sera facile de voir d'après toutes les observations qui précèdent, que la variation de la densité vers le milieu ³*a* suit à peu-près une ligne droite jusqu'à une assez grande distance de ce point; qu'ainsi l'action des points éloignés diminuant comme la raison inverse du carré des distances, il ne peut résulter qu'une petite erreur de la supposition que la ligne qui exprime la densité, s'étend en ligne droite jusqu'aux extrémités du cylindre.

D'après cette réflexion, il sera facile d'appliquer la formule à notre exemple, en remarquant qu'ici $a = 0$, & que la moitié de la longueur du cylindre représentée par x est beaucoup plus grande que r ; ainsi l'on aura pour la valeur de l'action de la moitié du cylindre *M g* sur le point *M*, la quantité $\pi r \delta \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{x} \right) - \pi r n + \frac{n \pi r}{\mu} \log. \frac{2x}{r}$. Pour avoir l'action contraire de l'autre moitié du cylindre *M f*, il faut faire la quantité n négative, puisque la densité décroît de ³*a* vers *a*, ce qui donnera $\pi r \delta \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{x} \right) + \pi r n - \frac{n \pi r}{\mu} \log. 2x$; ainsi l'action de tout le cylindre dans la direction *M f* donnera $\frac{2 n \pi r}{\mu} \log. \frac{2x}{r} - 2 n \pi r$; quantité qu'il faut égaler à l'action du globe *C*, qui, puisque x est la moitié de la

longueur du cylindre, sera $\frac{2 \pi D R^2}{(R+x)^2}$; d'où résulte finalement

l'équation $\frac{2 \pi D R^2}{(R+x)^2} = 2 n \pi r \log. \frac{2 x}{r} - 2 n \pi r$, qui

exprimera la variation $n r$ de la densité au milieu du cylindre, sur une longueur égale au rayon. Dans notre exemple, le diamètre du cylindre est de 2 pouces, sa longueur de 30 pouces; le rayon du globe est de 4 pouces: ainsi $R = 4$, $r = 1$, $x = 15$, d'où résulte $n = 0,018 D$; c'est-à-dire que, sur un pouce de longueur, la densité électrique croît à peu-près vers le milieu du cylindre, de la cinquantième partie de celle du globe.

Si nous prenons pour second exemple le cylindre d'une ligne de rayon, & de 30 pouces de longueur, dont nous avons déterminé la densité moyenne par nos expériences, pour lors $R = 48 r$, $x = 180 r$, ce qui donne $n = 0,09 D$; c'est-à-dire que, dans un cylindre dont le diamètre seroit douze fois plus petit que le précédent, la densité sur une ligne de longueur croîtroit, au milieu du cylindre, de $\frac{9}{1000}$, & sur 12 lignes de longueur; elle croîtroit par conséquent six fois plus pour le cylindre de 2 lignes de diamètre que pour le cylindre de 2 pouces de diamètre.

Enfin, si nous prenons pour le rayon du cylindre un centième de ligne, nous trouverons que sur un pouce de longueur, la densité croît cinquante fois davantage que sur un cylindre d'une ligne de rayon, & par conséquent trois cents fois plus que sur un cylindre de 2 pouces de diamètre.

Si les cylindres avoient une longueur beaucoup plus considérable que dans l'exemple qui précède, pour lors les variations de la densité au milieu des deux cylindres, pour une même longueur d'un pouce, seroient entre elles dans un rapport plus approché de l'inverse des diamètres des deux cylindres; ainsi, par exemple, si la longueur des cylindres étoit de 300 pouces, notre formule nous donneroit au milieu des

cylindres, la variation de la densité du cylindre d'une ligne de rayon à celle du cylindre d'un pouce de rayon, à peu-près :: 8 : 1 ; rapport qui étoit :: 6 : 1, lorsque la longueur des cylindres n'étoit que de 30 pouces.

X X X V I I.

SI l'on veut, d'après la méthode des deux articles qui précèdent, déterminer d'une manière approchée les variations de la densité pour les différens points de notre

cylindre $a^5 a$, *fig. 7*, il faut diviser en différentes parties ce cylindre, & supposer que dans chaque partie la variation de la densité suit une ligne droite. Pour ne pas s'éloigner dans cette supposition beaucoup de la vérité,

il faut que la première partie $a^1 a$ soit très-courte. Ainsi le cylindre ayant 2 pouces de diamètre, je donneroïis à

cette première partie $a^1 a$, 2 pouces de longueur; je don-

neroïis à la deuxième $a^{12} a$, 4 pouces de longueur, à la troi-

sième $a^{23} a$, 9 pouces; ce qui me conduit au milieu du cylindre. Je prends pour la variation de la densité, depuis

le milieu a^3 du cylindre jusqu'à son extrémité a^5 , celle qui m'a été donnée tout-à-l'heure; je cherche ensuite les conditions d'équilibre de ces quatre parties de cylindre relativement au point de contact f , & aux points 1 & 2 de l'axe du cylindre, ce qui fournit trois équations qui, combinées ensemble, déterminent la variation des densités à chaque division du cylindre, la courbe des densités considérée comme un polygone; & comme la densité du fluide électrique est nulle au point de rencontre du globe & du cylindre, il sera facile d'en conclure d'une manière approchée la densité électrique sur tous les points de la surface du cylindre.

L'on trouvera à la fin de ce Mémoire une application assez détaillée de cette méthode.

XXXVIII.

Détermination théorique du rapport des densités électriques moyennes de deux cylindres d'un très-petit diamètre, d'une très-grande longueur, en contact par leur extrémité avec un gros globe.

Si l'on cherchoit la variation au milieu de deux cylindres, dont la longueur seroit $2a$, que nous supposons d'un diamètre différent, mais très-petit, relativement à celui du globe, l'on auroit d'après les formules qui précèdent, article XXXVI,

$$\frac{2 D R^2}{(R + a)^2} = 2 n r \left(\frac{\text{Log. } 2 a}{\mu} - 1 \right);$$

mais il faut remarquer que, pour tout cylindre de la même longueur, mais d'un autre diamètre, il n'y auroit dans cette formule que les quantités n & r qui varieroient, le diamètre du globe R , ainsi que la moitié de la longueur a des cylindres, étant supposés les mêmes; d'où résulte

que si n^1 représente la variation de la densité au milieu du cylindre dont le rayon est r^1 , & si n^2 représente la variation de la densité au milieu du cylindre dont le rayon est r^2 , les longueurs des deux cylindres étant les mêmes, l'on aura

$$n^1 r^1 = n^2 r^2, \text{ ou } \frac{n^1}{r^1} = \frac{n^2}{r^2}; \text{ c'est-à-dire que les varia-}$$

tions des densités au milieu des deux cylindres, seront entre elles comme l'inverse des rayons.

Il est facile actuellement de sentir que cette même

proportion doit avoir lieu, si l'on divise les deux cylindres égaux en longueur, dans un nombre de parties réciproquement égales, & que l'on compare dans les deux cylindres les parties correspondantes chacune à chacune. En effet, l'on conçoit d'après les principes sur lesquels sont fondés tous les calculs qui précèdent, que si dans un des cylindres l'on a pour exprimer la variation à une distance quelconque

a' du globe, la formule $\frac{2 D R^2}{(R + a')^2} = \frac{1}{n} \frac{1}{r} A'$,

A' étant une fonction de a' , l'on aura, en prenant un point à égale distance du globe dans le deuxième cylindre, dont la longueur est divisée en un nombre de parties égales à

celles du premier, la formule $\frac{2 D R^2}{(R + a')^2} = \frac{2}{n} \frac{2}{r} A'$,

la quantité A' étant la même, puisque la distance a & le nombre des divisions sont les mêmes; ainsi pour chaque

point correspondant, $\frac{\frac{1}{n} \frac{1}{r}}{\frac{2}{n} \frac{2}{r}}$ sera une même quantité; ainsi

les variations de la densité pour des points à égale distance du globe, seront dans les deux cylindres en rayon inverse du rayon des cylindres, & par conséquent la somme de ces variations ou les densités moyennes de deux cylindres d'un très-petit diamètre en contact avec un gros globe, sont en raison inverse des rayons, ainsi que l'expérience nous l'a appris.

X X X I X.

De deux corps conducteurs placés à une distance assez grande l'un & l'autre, pour que l'électricité ne puisse pas se communiquer à travers la couche d'air qui les sépare.

DANS les articles qui précèdent, nous avons déterminé

la manière dont le fluide électrique se distribue entre deux corps conducteurs en contact; nous allons actuellement chercher l'état électrique des différentes parties d'un corps non électrisé présenté à un corps électrisé à une distance assez grande, pour que l'électricité du corps électrisé ne puisse pas se communiquer au corps non électrisé à travers la couche d'air qui les sépare. L'on fait depuis long-temps, que dans cette disposition le corps non électrisé, s'il est isolé, donnera par la seule influence du corps électrisé, des signes d'électricité contraire à celle du corps électrisé, dans les parties voisines de ce corps, & des signes de la même nature que le corps électrisé dans les parties qui en sont le plus éloignées. L'on fait encore que si le corps non électrisé présenté à un corps électrisé n'est pas isolé, il donnera sur tous les points de sa surface des signes d'électricité contraire à celle du corps électrisé.

L'évaluation de l'état électrique des différentes parties d'un corps non électrisé, isolé ou non, mais présenté à quelque distance d'un corps électrisé, est l'objet de cette dernière partie de mon Mémoire.

X L.

Des deux natures d'électricité.

QUELLE que soit la cause de l'électricité, l'on en expliquera tous les phénomènes, & le calcul se trouvera conforme aux résultats des expériences, en supposant deux fluides électriques, les parties du même fluide se repoussant en raison inverse du carré des distances, & attirant les parties de l'autre fluide dans la même raison inverse du carré des distances. Cette loi a été trouvée par l'expérience pour l'attraction & la répulsion électrique, dans les premier & deuxième Mémoires sur l'électricité, *volume de l'Académie de 1785*; d'après cette supposition, les deux fluides dans les corps conducteurs, tendent toujours à se réunir jusqu'à ce qu'il y ait équilibre, c'est-à-dire, jusqu'à ce que par

leur réunion, les forces attractives & répulsives se compensent mutuellement. C'est l'état où se trouvent tous les corps dans leur état naturel ; mais si par une opération quelconque, l'on fait passer dans un corps conducteur isolé, une quantité surabondante d'un des fluides électriques, il sera électrisé, c'est à-dire, qu'il repoussera les parties électriques de la même nature, & attirera les parties électriques d'une autre nature que le fluide surabondant dont il est chargé. Si le corps conducteur électrisé est mis en contact avec un autre corps conducteur isolé, il partagera avec lui le fluide électrique surabondant dans les proportions indiquées dans ce Mémoire & ceux qui précèdent ; mais si on le fait communiquer à un corps non isolé, il perdra dans un instant toute son électricité, puisqu'il la partagera avec le globe de la terre, dont les dimensions relativement à lui sont infinies.

M. *Æpinus* a supposé dans la théorie de l'électricité, qu'il n'y avoit qu'un seul fluide électrique, dont les parties se repoussent mutuellement & étoient attirées par les parties des corps avec la même force qu'elles se repoussent. Mais pour expliquer l'état des corps dans leur situation naturelle, ainsi que la répulsion dans les deux genres d'électricité, il est obligé de supposer que les molécules des corps se repoussent mutuellement avec la même force qu'elles attirent les molécules électriques, & que ces molécules électriques se repoussent entr'elles. Il est facile de sentir que la supposition de M. *Æpinus* donne, quant au calcul, les mêmes résultats que celle des deux fluides. Je préfère celle des deux fluides qui a déjà été proposée par plusieurs physiciens, parce qu'il me paroît contradictoire d'admettre en même temps dans les parties des corps, une force attractive en raison inverse du carré des distances démontrée par la pesanteur universelle, & une force répulsive dans le même rapport inverse du carré des distances ; force qui seroit nécessairement infiniment grande, relativement à l'action attractive d'où résulte la pesanteur.

La supposition des deux fluides est d'ailleurs conforme à toutes les découvertes modernes des chimistes & des physiciens, qui nous ont fait connoître différens gaz dont le mélange dans certaines proportions, détruit tout-à-coup & en entier l'élasticité ; effet qui ne peut avoir lieu sans quelque chose d'équivalent à une répulsion entre les parties du même gaz qui constitue leur état élastique, & à une attraction entre les parties des différens gaz qui leur fait perdre tout-à-coup leur élasticité.

Comme ces deux explications n'ont qu'un degré de probabilité plus ou moins grand, je préviens, pour mettre la théorie qui va suivre, à l'abri de toute dispute systématique, que dans la supposition des deux fluides électriques, je n'ai d'autre intention que de présenter avec le moins d'élémens possible, les résultats du calcul & de l'expérience, & non d'indiquer les véritables causes de l'électricité. Je renverrai à la fin de mon travail sur l'électricité, l'examen des principaux systèmes auxquels les phénomènes électriques ont donné naissance.

X L I I.

DANS les Mémoires qui précèdent, , ainsi que dans les recherches qui vont suivre, j'ai souvent fait toucher différens points d'un corps électrisé, par un petit plan circulaire de papier doré isolé, que je plaçois ensuite dans la balance pour déterminer son action sur l'aiguille : dans les résultats, j'ai supposé que la densité électrique des points touchés étoit proportionnelle à celle que prenoit le petit plan dans le contact avec le corps. Pour savoir si cette supposition peut être admise, il est nécessaire de déterminer suivant quel rapport le fluide électrique se partage entre un corps & un petit plan qui le touche.

Distribution d'un seul fluide électrique entre un globe & un plan circulaire d'une très-petite épaisseur, qui touche le globe tangentiellement par le centre du cercle du plan.

J'AI placé un globe de 8 pouces de diamètre sur un isoloir décrit dans les Mémoires qui précèdent; je l'ai électrisé positivement, ainsi que l'aiguille de la balance. Au moyen d'un petit globe d'un pouce de diamètre, que je faisois toucher au gros globe, & que j'introduisois dans la balance, j'ai déterminé la densité électrique du globe de 8 pouces, que j'ai trouvée de 144 degrés. J'ai fait toucher au globe un plan circulaire isolé de 16 pouces de diamètre & d'un quart de ligne d'épaisseur, j'ai retiré tout de suite le plan; & au moyen de mon petit globe d'un pouce de diamètre, j'ai déterminé de nouveau la densité électrique qui restoit au globe de 8 pouces, je l'ai trouvée égale à 47 degrés.

X L I I I.

Explication & résultat de cette Expérience.

LA densité primitive du fluide électrique, ou, ce qui revient au même, la quantité du fluide électrique répandue sur la surface du globe, étoit, avant le contact du plan, représentée par 144 degrés. Par le contact avec le plan, elle a été réduite à 47 degrés; ainsi dans le partage entre le globe & le plan, le globe en conserve 47 parties, & le plan en prend 97 parties; ainsi la quantité de fluide se partage entre le plan & le globe, de manière que celle du plan est double de celle du globe. Si l'on calcule à présent la surface du globe de 8 pouces de diamètre, on la trouvera égale à une des deux surfaces du plan de 16 pouces de diamètre; ainsi, comme ce plan a deux surfaces, il

paroît par cette expérience que le fluide électrique se distribue entre le plan & le globe proportionnellement aux surfaces.

J'ai trouvé par un très-grand nombre d'expériences faites avec des plans plus petits que le précédent, que ce résultat avoit toujours lieu; c'est-à-dire, que, quels que fussent le diamètre du globe & celui du plan, toutes les fois que le plan étoit mis en contact tangentiellement avec le globe, il partageoit l'électricité du globe dans le rapport de la somme de l'étendue des deux surfaces du plan à celle du globe. L'expérience a sur-tout donné ce résultat d'une manière très-exacte, lorsque le plan mis en contact avec le globe étoit d'un très-petit diamètre, relativement à celui du globe; en sorte que, lorsque l'on touche, par exemple, le globe de 8 pouces de diamètre, avec un petit plan isolé de 6 lignes de diamètre, il prend à chacune de ces surfaces une densité électrique égale à celle de la surface du globe, c'est-à-dire, que ce petit plan de 6 lignes de diamètre se charge d'une quantité d'électricité double de celle de la portion de surface du globe qu'il a touchée.

X L I V.

Théorie de cette Expérience.

LE résultat de cette expérience est facile à expliquer par la théorie, au moins, lorsque le plan qui touche est d'un petit diamètre relativement à celui du globe touché; c'est le seul cas où je m'arrête, parce que c'est le seul dont j'aurai besoin dans les expériences qui vont suivre.

Plaçons, *fig. 8*, un petit plan *b* à une distance *ab* du globe électrisé *C*, assez petite pour que la couche d'air interposée ne puisse pas empêcher le fluide électrique de passer du globe *C* au petit plan *b*. Ce plan étant très-petit, l'action du globe sur le point *b* dans la direction *ab*, sera égale à $2 D R^2 : (R + ab)^2$, *D* étant supposé repré-

Q q q q ij

senter la densité électrique de la surface du globe, & R son rayon. Comme a est supposé très-petit relativement au rayon R du globe, l'action du globe sur le point b est très-approchant égale à $2D$; mais l'action d'un plan circulaire, dont le rayon est R' sur un point à une distance a du centre de ce plan, est égale à $\delta \left(1 - \frac{a}{(R'^2 + a^2)^{\frac{1}{2}}} \right)$;

& si a est une quantité infiniment petite, cette action se réduira à δ , δ étant la densité électrique de tous les points du plan. Ainsi, comme il doit y avoir équilibre au point b dans la direction ba , entre l'action du plan & celle du globe, l'on aura l'équation $2D = \delta$; c'est-à-dire, que la densité du plan, ou que la quantité d'électricité qui passera au plan dans le moment que l'on le séparera du globe, sera double de la quantité d'électricité que contient une portion de la surface du globe égale à ce plan, ce qui se trouve très-exactement conforme à l'expérience.

X L V.

Remarque générale sur la Théorie de l'article qui précède, & sur l'Expérience dont elle résulte.

LE résultat que nous venons de trouver par l'expérience & par la théorie, pour un petit plan mis en contact avec un globe, est général pour tous les corps terminés par une surface courbe, convexe d'une figure quelconque. Quelle que soit en effet la figure du corps, l'expérience apprend qu'un petit plan mis en contact avec ces surfaces, prend toujours, au moment qu'on le retire du contact, une quantité d'électricité double de celle de la portion de surface touchée. L'expérience donne encore ce même rapport double, en faisant toucher un plan très-petit à un grand plan électrisé.

Ce résultat général des expériences pour un petit plan mis en contact avec un corps conducteur, terminé par une surface d'une figure quelconque, auroit pu, comme

on va le voir, être prévu par le simple raisonnement; mais dans ce Mémoire, ainsi que dans les précédens, tous les phénomènes ont été donnés par l'expérience avant d'essayer d'y appliquer le calcul. Voici en effet ce qu'indique la théorie.

A la place du globe *C*, *fig. 8*, supposons un corps d'une figure quelconque, que la petite surface représentée par *f a f'*, ait été touchée par le plan *e b e*; l'on demande, après que le petit plan *e b e* a été séparé de *f a f'*, la densité électrique, ou la quantité de fluide électrique qu'il contient relativement à celle que contient la portion égale de surface *f a f'*. Prenons deux points ϕ & ϕ' à une distance infiniment petite du point *a* & de la surface *f a f'*, l'un en dedans l'autre en dehors du corps *C*; soit Δ la densité électrique du plan *f f'*; l'action de ce petit plan circulaire *f f'*, décomposée suivant la direction *a ϕ* , & agissant sur le point ϕ ainsi que sur le point ϕ' , sera par le calcul égale à Δ , *a ϕ* étant supposé infiniment petit relativement à *f f'*: mais l'action de *f f'* sur le point ϕ doit faire équilibre à l'action de toute la surface *f k f'*; ainsi l'action de toute cette surface sur le point ϕ sera aussi égale à Δ . Cette action de toute la surface *f k f'*, sera la même sur un point ϕ' placé en dehors du corps, puisque ϕ ϕ' est supposé infiniment petit; ainsi le point ϕ' éprouvant en même temps l'action du corps *f k f'* & celle du plan *f f'*, il éprouvera une répulsion égale à 2Δ . Ainsi, si nous supposons que le petit plan *e e'* est assez proche du point *a* pour que l'électricité puisse passer du corps à ce petit plan, à travers la couche d'air qui les sépare; & si l'on prend un point entre *a* & *b* à une distance infiniment petite de *b*, l'action de la petite surface circulaire *b e'* sur ce point dans la direction *b a*, sera, en nommant *D* la densité électrique du plan *e b e'*, égale à *D*; ainsi en nommant Δ la densité du petit plan *f f'*, l'on aura pour l'action de la surface entière du corps *f a f k* sur le point *b*, la quantité 2Δ , qui doit faire équilibre à l'action *D*

du plan $e e'$ sur le même point ; ainsi l'on aura généralement $2 \delta = D$, c'est-à-dire, que la quantité d'électricité du petit plan $e e'$, quelle que soit la figure de la surface du corps $f k f' a$, sera égale à une quantité d'électricité double de celle de la portion de surface $f a f'$, avec laquelle le petit plan $e e'$ aura été mis en contact. Ainsi la théorie se trouve avoir un accord parfait avec l'expérience.

X L V I.

COMME dans les expériences qui précèdent & dans celles qui vont suivre, nous avons principalement déterminé la densité de chaque point des corps, en les faisant toucher par un petit plan ; il est clair, d'après les expériences & la théorie que nous venons d'expliquer, qu'en comparant pour la même distance les actions de notre petit plan sur l'aiguille électrisée de notre balance, après que ce petit plan a été successivement mis en contact avec différens points de la surface du corps, nous déterminons très-exactement le rapport des densités électriques de deux points successivement touchés.

Nous allons actuellement passer à la recherche des conditions d'équilibre dans des corps qui agissent l'un sur l'autre ; ces corps étant séparés par un intervalle assez grand pour que le fluide électrique ne puisse pas se communiquer de l'un à l'autre, à travers la couche d'air qui les sépare.

X L V I I.

Deux petits globes, fig. 9, isolés & non électrisés, sont placés à une distance quelconque du gros globe C électrisé.

E X P É R I E N C E.

L'ON isole, fig. 9, un globe électrisé C de 8 pouces de diamètre. L'on isole également deux petits globes

de 2 pouces chacun de diamètre : l'un a' est porté sur un support idio-électrique formé d'un cylindre de verre, enduit & surmonté de quatre branches de gomme laque; l'autre petit globe a est porté par un soutien vertical, tel qu'il puisse être introduit dans la balance électrique. Nous avons décrit ce soutien dans les Mémoires qui précèdent. Ayant électrisé positivement l'aiguille de la balance, ainsi que le globe C , le petit globe a présenté dans la balance à une même distance de l'aiguille, a attiré l'aiguille, après avoir été placé en a , exactement avec la même force qu'il l'a repoussée, lorsqu'il a été placé en a' .

Résultat de cette Expérience.

Il est facile de voir que ce résultat s'accorde parfaitement avec le principe expliqué à l'art. *XLI*; car dans notre neuvième figure, le globe C étant électrisé positivement, une partie du fluide positif du globe a passe dans le globe a' ; & *vice versa*, une partie du fluide négatif du globe a' passe dans le globe a . Mais comme chacun des globes acquiert une portion de fluide égale à celle dont l'autre se dépouille, & que la quantité des deux fluides nécessaire pour la saturation, c'est-à-dire, pour qu'il n'y ait aucune action électrique, subsiste dans les deux corps, que ces fluides ne sont que déplacés; il en résulte que l'action attractive du globe a , relativement à l'aiguille de la balance, doit être exactement égale à l'action répulsive du corps a' .

X L V I I I.

E X P É R I E N C E.

Comparaison, fig. 9, de la densité électrique moyenne du globe placé en a' , & de celle de la surface du globe C .

CETTE expérience est destinée à déterminer, tout étant

comme dans la neuvième figure, quelle est pour une distance R donnée, la quantité de fluide électrique positif surabondant dans le petit globe a' , &c.

Pour faire cette expérience, le globe C' ayant 8 pouces de diamètre, les globes a & a' deux pouces, le premier globe a étant placé à deux pouces du globe C' , j'ai présenté le dernier globe a' dans la balance, & j'ai déterminé son action répulsive, que j'ai trouvée de 21 degrés pour une distance donnée. J'ai fait ensuite toucher le globe C' par le globe a' , & l'introduisant de nouveau dans la balance, j'ai déterminé l'action du globe a' qui, à cause que la distance étoit la même que dans la première opération, se trouvoit proportionnelle à la quantité d'électricité dont le petit globe a' s'étoit chargé dans le contact avec le globe C' . J'ai trouvé que l'aiguille étoit chassée, dans cette deuxième, expérience, avec une force de 66 degrés.

X L I X.

Résultat & théorie de cette expérience.

LA quantité de fluide électrique, surabondante en plus ou en moins dans un corps, étant proportionnelle à son action, lorsque l'on compare les actions à des distances égales, soit, *fig. 9*, δ la densité moyenne du fluide électrique répandu sur la surface du premier globe a , électricité qui sera négative dans notre expérience où le globe C est supposé électrisé positivement; soit δ' la densité électrique positive du globe a' qui, dans notre figure & notre expérience, se trouve électrisé positivement de la même quantité dont le globe a est électrisé négativement.

Si nous cherchons l'action des trois globes C , a , a' , sur le point de contact b des deux petits globes, point où il doit y avoir équilibre, nous trouverons que si les fluides électriques étoient répandus uniformément sur la surface
des

des trois globes, l'on auroit pour l'équilibre d'action au point b , l'équation

$$\frac{2 D \cdot (CR)^2}{(Cb)^2} = -\delta + \delta';$$

mais, comme la quantité de fluide électrique positif naturel, dont le globe a est dépouillé, est égale à la quantité du fluide surabondant du globe a , il en résulte que la somme des quantités de fluide des deux globes, est égale à 0 : ainsi l'on a $\delta' + \delta = 0$; ainsi, substituant dans la première

équation la valeur de δ , l'on aura $\frac{2 D \cdot (CR)^2}{(Cb)^2} = 2 \delta'$.

Il faut à présent remarquer que, dans la première équation, nous avons supposé que le fluide étoit uniformément répandu sur la surface de chaque globe, au lieu que ces fluides, ainsi que nous l'avons vu, au commencement de ce Mémoire, n'ont nulle action ou sont réunis à saturation au point de contact b , & sont séparés & portés à leur plus grand degré de densité aux points 1 & 2. Nous avons trouvé dans le même article, que l'action corrigée du globe a , sur le point b , étoit mesurée par 0,60 δ' , & non pas par δ' ; il en est de même de celle du corps a , ainsi notre équation corrigée nous donnera :

$$\frac{2 D (CR)^2}{(Cb)^2} = 1,20 \delta'.$$

Dans notre expérience, $CR = 4$ pouces, $R_1 = 2$ pouces, le rayon du globe $a = 1$ pouce; ainsi l'on aura 0,50 $D = 1,20 \delta'$, d'où $D = 2,40 \delta'$.

Nous avons trouvé dans notre expérience, que la densité moyenne du petit globe a' étant mesurée par 21 degrés, celle du même petit globe, lorsqu'il a touché a , étoit mesurée par 66 degrés : mais nous avons vu dans notre cinquième Mémoire, *vol. de 1787, pag. 437*, que, lorsqu'un globe d'un pouce de rayon touchoit un globe de 4 pouces de rayon, la densité moyenne sur la surface du globe d'un

pouce, étoit à celle du globe de 4 pouces, à peu-près comme 1,30 : 1,00 ; ainsi la densité moyenne du petit globe, après le contact, étant représentée par 66 degrés, celle du gros globe le seroit par 51 degrés : mais il faut remarquer que par le partage de l'électricité entre le gros globe & le petit globe, au moment du contact, le gros globe perd à peu-près $\frac{1}{12}$ de son fluide électrique, qu'il perdoit de plus dans l'intervalle des observations à peu-près $\frac{1}{20}$; ainsi la densité du globe *C*, avant le contact, étoit à peu-près mesurée par 57 degrés. Or nous avons trouvé par l'expérience la densité moyenne du globe *a'* placé comme dans la figure, mesurée par 21 degrés ; ainsi la densité moyenne du fluide électrique positif de la surface du globe *C'*, est à celle sur la surface du globe *a'* placé comme dans la neuvième figure, :: 57 : 21 :: 2,70 : 1,00 ; ainsi, d'après l'expérience, nous avons $N = 2,70 D$; quantité que nous venons de trouver égale à 2,40 *D* par la théorie ; ainsi la théorie & l'expérience diffèrent peu entre elles, & les erreurs ne peuvent être attribuées qu'à l'imperfection des opérations.

L.

Comparaison, figure 10, des densités électriques de quatre petits globes de 2 pouces de diamètre non électrisés, placés sur un isoloir, à 2 pouces de distance d'un globe C' électrisé, de 8 pouces de diamètre.

QUATRIÈME EXPÉRIENCE.

LA figure dixième indique la position des globes. L'on a comparé, d'après les procédés indiqués dans l'expérience qui précède, la densité moyenne de l'électricité négative du globe *a* avec la densité positive du globe *a'*, & celle

du globe a^4 avec celle du globe C' ; le globe C' étant électrisé positivement.

L'on a trouvé, en nommant δ^1 la densité moyenne du globe a^1 , δ^4 la densité moyenne du globe a^4 , D celle du gros globe C , que $D = -1,50 \delta^1 = 2,20 \delta^4$.

Théorie de cette Expérience.

D'après tout ce que nous avons dit dans les articles qui précèdent, il est facile de voir qu'en nommant δ^1 la densité du globe a^1 , δ^2 la densité moyenne du globe a^2 , δ^3 la densité moyenne du globe a^3 , δ^4 la densité moyenne du globe a^4 , D celle du globe C , R & r les rayons des globes C & a' , faisant encore la distance $R \pm a$, l'on aura les trois équations corrigées d'après l'*art. IV* de ce Mémoire :

$$\text{Pour le point de contact 2} \dots \dots \frac{2 D R^2}{(R + a + 2r)^2} \\ = -0,60 \delta^1 + 0,70 \delta^2 + 0,22 \delta^3 + 0,08 \delta^4.$$

$$\text{Pour le point de contact 3} \dots \dots \frac{2 D R^2}{(R + a + 4r)^2} \\ = -0,22 \delta^1 - 0,70 \delta^2 + 0,70 \delta^3 + 0,22 \delta^4.$$

$$\text{Pour le point de contact 4} \dots \dots \frac{2 D R^2}{(R + a + 6r)^2} \\ = -0,08 \delta^1 - 0,22 \delta^2 - 0,70 \delta^3 + 0,60 \delta^4.$$

Pour avoir une quatrième équation, il faut remarquer que les quatre petits globes étant primitivement dans leur

R r r r ij

état naturel, leur fluide électrique n'est que dérangé par l'influence de l'action du gros globe, & que la somme des fluides électriques des quatre petits globes, n'est ni augmentée ni diminuée; ainsi l'on aura la somme des densités égale à zéro pour les quatre petits globes; ainsi l'on aura

$$4.^{\text{e}} \text{ équation. } \overset{1}{\delta} + \overset{2}{\delta} + \overset{3}{\delta} + \overset{4}{\delta} = 0.$$

Au moyen de ces quatre équations, l'on fera disparaître à volonté trois des quatre inconnues $\overset{1}{\delta}$, $\overset{2}{\delta}$, $\overset{3}{\delta}$, $\overset{4}{\delta}$, & l'on comparera la quatrième avec la densité D du globe C : ce calcul appliqué à notre expérience donnera

$$D = -1,53 \overset{1}{\delta}. \text{ L'expérience nous a donné } D = -1,550,$$

$$\text{le calcul donnera } D = 2,12 \overset{4}{\delta}; \text{ l'expérience nous a}$$

donné $D = 2,2040 \overset{4}{\delta}$: la théorie & l'expérience s'accordent encore ici aussi-bien que l'on le peut espérer dans des opérations de ce genre.

Nous n'étendrons pas les expériences & les calculs qui précèdent, à un plus grand nombre de petits globes placés en contact, & dont les centres seroient une même ligne avec le centre d'un gros globe; il est facile d'y appliquer les différentes méthodes d'approximation que nous avons déjà présentées; mais nous croyons nécessaire de développer dans un assez grand détail la manière dont le fluide électrique paroît se manifester avec différens degrés de densité dans les différentes parties d'un cylindre non isolé, ou ce qui revient au même, isolé, mais d'une longueur infinie, présenté par une de ses extrémités à une distance donnée d'un gros globe électrisé, la prolongation de l'axe du cylindre passant par le centre du globe. L'on sent que cette recherche doit avoir un rapport immédiat avec la théorie des paratonnerres.

L I.

Résultat des expériences destinées à déterminer l'état électrique des différentes parties de la surface d'un cylindre non isolé, d'une très-grande longueur, présenté par une de ses extrémités à un gros globe électrisé, isolé.

DANS les résultats qui vont être présentés, je n'entrerai dans le détail des expériences, qu'autant que ces détails seront assez différens de ceux qui précèdent, pour exiger une explication particulière.

L'on fait, & il suit des recherches qui précèdent, que lorsque l'on présente un cylindre non isolé à une distance d'un globe électrisé, assez grande pour que le fluide électrique du globe ne puisse pas passer dans le cylindre, la surface du cylindre donne des signes d'électricité contraire à celle du globe, & que la densité électrique de chaque point du cylindre, ou ce qui revient au même, l'action de chacun de ces points est d'autant plus grande, que le point du cylindre est plus rapproché du globe électrisé : l'objet de cette partie de mon Mémoire est de déterminer,

1.^o Pour un même cylindre placé à différentes distances du même globe électrisé, la densité électrique de l'extrémité du cylindre la plus proche du globe, la loi que suit cette densité; de comparer cette densité, en la supposant proportionnelle à son degré d'action, avec celle du globe électrisé que l'on suppose de même proportionnelle à son degré d'action;

2.^o En plaçant des cylindres non isolés de différens diamètres, à la même distance d'un globe électrisé, de déterminer suivant quel rapport la densité de l'extrémité du cylindre augmente ou diminue, relativement aux diamètres de ces cylindres;

3.^o Suivant quelle loi la densité des différens points

d'un même cylindre placé à une distance donnée d'un globe électrisé, diminue relativement à la distance de ces points, au centre du globe électrisé;

4.^o Enfin suivant quelle loi la densité de la surface des cylindres augmente relativement au diamètre de différens globes, la densité électrique des globes étant la même.

L I I.

P R E M I E R R É S U L T A T.

Un cylindre non isolé placé à différentes distances d'un globe électrisé.

Si l'on place le même cylindre non isolé, ou, ce qui revient au même, isolé, mais d'une longueur infinie, de manière que l'axe du cylindre soit dans la direction du centre du globe électrisé, l'on trouvera par l'expérience, en faisant varier la distance du centre du globe à l'extrémité du cylindre la plus proche de ce globe, que la densité électrique de cette extrémité sera dans un rapport un peu au-dessous de la puissance $\frac{3}{2}$ de la raison inverse de la distance de cette extrémité au centre du globe. L'expérience qui a donné ce résultat s'est faite de deux manières; ou en touchant avec un petit plan isolé l'extrémité du cylindre, & plaçant ensuite à l'ordinaire ce petit plan dans la balance électrique; ou en faisant toucher l'extrémité du cylindre avec un petit globe du même diamètre que le cylindre, que l'on introduit ensuite dans la balance.

L I I I.

D E U X I È M E R É S U L T A T.

Densités électriques de l'extrémité de deux cylindres de différens diamètres non isolés, placés alternativement à la même distance du centre d'un globe électrisé.

EN plaçant successivement deux cylindres de différens

diamètres à la même distance d'un même globe électrisé, l'on a trouvé que les densités électriques de l'extrémité des deux cylindres étoient entr'elles à peu-près en raison inverse des diamètres des deux cylindres, pourvu cependant que les diamètres des cylindres fussent beaucoup plus petits que le diamètre du globe.

L I V.

T R O I S È M E R É S U L T A T.

Rapport des densités électriques des différens points de la surface d'un même cylindre d'une grande longueur, & non isolé, suivant que ces points sont plus ou moins éloignés de l'extrémité du cylindre, ou du centre du globe électrisé.

EN plaçant un cylindre à une distance donnée d'un globe électrisé, l'on trouve que la densité électrique des différens points de la surface de ce cylindre, est en raison inverse du carré de la distance de ces points au centre du globe électrisé.

Cette loi n'est pas suivie vers l'extrémité du cylindre qui avoisine le globe sur une longueur égale à quatre ou cinq diamètres du cylindre, l'on trouve par l'expérience que dans cette partie la densité électrique croît en s'approchant de l'extrémité du cylindre dans un rapport beaucoup plus grand que l'inverse du carré des distances; & si, comme dans toutes les expériences que nous avons faites, le cylindre est terminé comme à la *onzième figure*, par une demi-sphère, l'on trouvera que la densité à l'extrémité de l'axe a , point le plus proche du globe C , est à peu-près double de celle du point f , qui n'est éloignée du point a , extrémité du cylindre, que d'une quantité ae égale au diamètre du cylindre, quelle que soit d'ailleurs la distance Aa .

L V.

QUATRIÈME RÉSULTAT.

Un même cylindre non isolé, placé à la même distance du centre des deux globes électrisés de différens diamètres.

EN supposant la densité électrique de deux globes la même, l'on trouvera par l'expérience que la densité des points du cylindre placés à la même distance du centre des deux globes, sera comme le carré des rayons de ces globes. La théorie auroit annoncé *à priori* le résultat que l'expérience vient de donner; car l'action d'une surface sphérique sur un point quelconque placé en dehors de la sphère, est la même que si cette surface étoit réunie au centre de la sphère; ainsi son action sur tous les points placés en dehors de la surface, sera en raison directe de l'étendue de la surface multipliée par la densité électrique, & en raison inverse du carré de la distance au point sur lequel s'exerce l'action. Or comme le cylindre est le même, & que chaque point du cylindre sur lequel l'on évalue l'action, est supposé à la même distance du centre des deux globes; il en résulte que les densités électriques d'un même point du cylindre placé à la même distance du centre des deux globes électrisés, doivent toujours être en raison directe composée de la densité électrique de la surface des globes, & du carré des rayons des globes.

L V I.

Formule dérivée des résultats précédens.

POUR pouvoir, d'après les résultats qui précèdent, donner une formule qui indique tout de suite l'état électrique des différens points d'un cylindre non isolé, ou touché au point *G* par un corps non isolé, comme à la
figure

figure 11, à une très-grande distance du point *a*, l'on sent qu'il faut déterminer ce rapport par l'expérience pour un cas particulier, afin d'avoir un coefficient constant. Parmi les différentes expériences qui m'ont servi à fixer les quatre résultats qui précèdent, j'en vais choisir une qui me donnera ce coefficient.

EXPÉRIENCE.

J'AI isolé, *fig. 11*, le globe *C* de 8 pouces de diamètre; je l'ai électrisé; j'ai placé sur un isoloir à $2\frac{1}{2}$ pouces de distance un cylindre *a G*, d'un pouce de diamètre: ce cylindre étoit terminé par une demi-sphère *b a b*. J'ai touché alternativement à l'ordinaire, par un petit plan isolé, le point *a* de la demi-sphère, & un point quelconque du globe *C*. Ayant électrisé l'aiguille de la balance de la même électricité que le globe, l'aiguille a été attirée par le petit plan lorsqu'il a eu touché en *a* l'extrémité du cylindre, & repoussée lorsqu'il a eu touché le globe. En mesurant les forces pour une même distance, j'ai trouvé que la force attractive du petit plan, lorsqu'il avoit touché le point *a*, étoit à la force répulsive du même plan, lorsqu'il avoit touché le globe, comme 4,00 : 1,00.

Lorsque par la même méthode j'ai comparé le point *a* avec le point *f*, placé à une distance d'un pouce de l'extrémité du cylindre, j'ai trouvé que la densité électrique du point *a*, étoit à celle du point *f*, comme 2,5 : 1,0; d'où il est facile de conclure que la densité électrique négative à un pouce de l'extrémité du cylindre, sera à la densité électrique positive de la surface du globe, à peu-près comme 16 : 10.

L V I I.

EN réunissant à présent les quatre résultats qui précèdent, nous trouvons par l'expérience que les densités électriques de la demi-sphère qui termine différens cylindres présentés à un globe électrisé, sont d'une nature contraire

à celle du globe, en raison directe composée de la densité sur la surface du globe, du carré du diamètre de ce globe, & en raison inverse composée de la puissance $\frac{3}{2}$ de la distance $c a$, fig 4, du centre du globe à l'extrémité du cylindre & du rayon du cylindre.

Ainsi, si D est la densité du fluide électrique positif, répandu sur la surface d'un globe, dont R est le rayon; si r est le rayon du cylindre; si a est la distance entre le centre du globe & l'extrémité du cylindre, l'on aura pour exprimer δ , densité électrique négative de l'extrémité du cylindre, la formule

$$\delta = - \frac{m D R^2}{r (R + a)^{\frac{3}{2}}},$$

dans laquelle l'on va déterminer la valeur de la constante m , d'après l'expérience de l'article qui précède. Dans cette expérience $R = 4$ pouces; $r = \frac{1}{2}$ pouce; $a = 2,5$ pouces, δ a été trouvée égale à $4 D$: substituant ces quantités dans la formule, l'on aura $m = 2,07 \sqrt{(1 \text{ pouce})}$, & la formule générale sera

$$\delta = 2,07 D R^2 : r (R + a)^{\frac{3}{2}},$$

dans laquelle il faut réduire en pouces les valeurs de a ; de r , & de R .

L V I I I.

Application de la formule précédente à un exemple analogue aux paratonnerres.

SUPPOSONS qu'un nuage chargé de fluide électrique ait la forme d'un globe de mille pieds de rayon, & passe à 500 pieds au-dessus de l'extrémité d'un cylindre d'un pouce de diamètre; dans cet exemple $R = 1000$ pieds; $a = 500$ pieds; $r = \frac{1}{2}$ pouce. Ces valeurs substituées dans la formule donnent

$$\delta = \frac{2,07 \cdot 12^2 \cdot (1000)^2}{\frac{1}{2} (1500)^{\frac{3}{2}} 12^{\frac{3}{2}}} = 278 D;$$

c'est-à-dire, que la densité électrique de l'extrémité du

cylindre, d'une nature contraire à celle du nuage, fera 278 fois plus grande que celle de la surface du nuage.

Mais comme l'expérience nous a indiqué, que dans notre formule $(R + a)$ étoit élevé à une puissance plus petite que $\frac{1}{2}$, la densité Δ doit être plus grande que 278 D . Pour s'en convaincre, il suffit de supposer que dans la formule $(R + a)$ est élevé à la puissance 1; pour lors l'on aura $m = 1,23$, la formule donnera $\Delta = 1,23 DR^2 : r(R + a)$, qui, appliquée à notre exemple, donneroit $\Delta = 19680 D$; en sorte qu'une petite variation dans la puissance de $(R + a)$ en donneroit une très-grande dans celle de Δ .

Il résulte de cette observation, que Δ est plus grand que 278 D ; mais nous ne savons pas de combien, car comme les expériences d'où nous avons tiré les quatre résultats qui précèdent, ont eu pour limite des globes d'un pied de diamètre & au - dessous, & des cylindres depuis 4 lignes jusqu'à 2 pouces de diamètre; & pour plus de facilité dans les calculs, nous avons supposé que les résultats étoient représentés par une formule d'un seul terme, ce qui m'a paru donner des valeurs suffisamment approchées dans les limites où les expériences ont été faites. Il se pourroit cependant que cette formule ne pût pas s'étendre à des limites très-éloignées de celles dans lesquelles les expériences sont renfermées; c'est ce qu'il sera facile de vérifier par les méthodes d'approximations théoriques qui vont terminer ce Mémoire, & qui nous indiqueront conformément à l'expérience, que la densité de l'extrémité du cylindre est plus grande pour les gros globes qui agissent sur l'extrémité d'un cylindre non isolé d'un petit diamètre, que celle donnée par la formule, & que par conséquent dans notre exemple, la densité de l'extrémité du cylindre d'un pouce de diamètre, présenté à 500 pieds d'un globe électrisé de 1000 pieds de rayon, est plus grande que 278 fois la densité électrique de la surface de ce globe.

L I X.

Application du résultat précédent à l'effet des Paratonnerres.

DE-LÀ il résulte que le nuage, ainsi que la couche d'air, très - imparfaitement idio - électrique, interposée entre le nuage & l'extrémité du cylindre, étant composés de parties mobiles, celles de ces parties qui avoisinent l'extrémité du cylindre, doivent s'y précipiter avec une très - grande rapidité, y perdre leur électricité, se charger d'une forte électricité d'une nature contraire à celle du nuage, s'élancer ensuite vers le nuage en fuyant l'extrémité du cylindre, & en détruisant l'électricité des parties du nuage qu'elles rencontrent. Mais comme le diamètre du cylindre est très-petit, son action, quoique très - grande relativement aux points qui avoisinent la surface de la demi - sphère qui le termine, est très-peu considérable relativement aux points qui sont à 30 ou 40 pieds de l'extrémité de ce cylindre. Ainsi, il doit arriver que l'extrémité du cylindre dépouillera les parties du nuage qui l'avoisinent, sans explosion électrique, & que tous les corps qui seront en-dessous de l'extrémité de ce cylindre, à une distance peu considérable du cylindre, seront préservés de l'explosion du nuage.

L X.

Calcul théorique destiné à déterminer par approximation l'état électrique d'un cylindre non isolé, dont l'axe passe par le centre d'un globe électrisé & isolé, placé à une distance de ce cylindre, assez grande pour que l'électricité du globe ne puisse pas se décharger à travers la couche d'air qui les sépare.

LES différentes méthodes d'approximation dont nous nous

sommes servi dans les différens articles qui précèdent, peuvent être employés ici : nous allons en donner quelques exemples.

PREMIER EXEMPLE.

Commençons par appliquer ces méthodes à l'expérience dont nous avons donné les détails à l'article *LVI*. Dans cette expérience, *figure II*, un globe *C* électrisé de 4 pouces de rayon, est placé à $2\frac{1}{2}$ pouces de distance de l'extrémité demi-sphérique *a* d'un cylindre d'un pouce de diamètre & de 30 pouces de longueur. Ce cylindre est touché à son extrémité *G* la plus éloignée du globe, par un corps qui communique avec la terre.

Je suppose que dans la *figure II*, $m\ m\ m\ m\ m\ m$ ^{1 2 3 4 5} représentent la courbe des densités électriques des différens points correspondans de la surface du cylindre. Je cherche d'après la méthode expliquée, article *XXXVI* de ce Mémoire, les variations de la densité de ces différens points, en supposant que cette variation suit une ligne droite. Je remarque d'abord que l'action du globe étant en raison inverse du carré de la distance aux points sur lesquels il agit, & la distance *CG* étant très - considérable, l'on peut supposer la densité nulle ou au moins très-petite, au point *G*, où le cylindre est touché par un corps indéfini. D'après cette supposition, si l'on cherche la variation *nr* au milieu du cylindre, qui a 30 pouces de longueur ou soixante fois son rayon *r*, l'on aura, article *XXXVII* & suivans.

$$\frac{2 D \cdot 4^2}{(21,5)^2} = 2 nr \left(\log. \frac{60}{\mu} - 1 \right) = 2 nr (3,09),$$

d'où résulte $nr = 0,0112 D$. Dans cette équation, *nr* représente la variation ou l'accroissement de la densité sur une longueur égale au rayon du cylindre. Mais comme nous supposons la variation au point *G* nulle, la variation moyenne sur une longueur de rayon, depuis le point ⁴*m*,

milieu du cylindre, jusqu'au point G , sera $0,0056$; ainsi la densité au point m seroit égale à $0,168 D$.

Pour déterminer à présent la variation au point b de la surface du cylindre, point que nous supposons à 5 pouces de distance de l'extrémité a , prenons de l'autre côté du point b une longueur $b^2 b^3$ de 5 pouces; il restera depuis b^3 jusqu'au milieu du cylindre, une longueur $b^3 b^4$ égale à 5 pouces. Comme la variation au point m a été trouvée pour la longueur du rayon r égale $0,0112 D$, l'accroissement de la densité, depuis m jusqu'à m^3 , seroit par une première approximation pour la longueur, de dix rayons, égale à $0,112 D$, qui, ajouté à la densité trouvée pour m^4 , donnera pour la densité en m^3 la quantité $0,28 D$.

Si la densité que nous venons de trouver pour le point b^3 , étoit uniforme jusqu'à l'extrémité G , l'on auroit l'action de la portion du cylindre $b^3 m^5$ sur le point F , représentée par $0,28 D(\frac{1}{10} - \frac{1}{50}) = 0,023 D$, quantité un peu trop grande, parce que la densité va en décroissant de b^3 en m^5 . Mais comme nous venons de supposer la variation de la densité constante, depuis le milieu b^4 jusqu'au point b^3 , au lieu qu'elle va en croissant, les deux erreurs en sens contraire tendent à se compenser. A présent si nous cherchons l'action de la portion du cylindre $a b^3$ sur le point F placé à 5 pouces de distance de l'extrémité du cylindre, en supposant la variation en ligne droite sur toute cette

longueur $a b$, & égale à $n' r$ pour la longueur d'un rayon du cylindre; l'on aura, à cause que la portion $b m$ du cylindre agit dans le même sens que le globe C , l'électricité du globe & du cylindre étant d'une nature contraire, l'équation

$$\frac{2 D 4^2}{(11,5)^2} + 0,023 D = 2 n' r \left(\frac{\log. 20}{u} - 1 \right) \text{ d'où}$$

résulte $n' r = 0,082 D$.

Ainsi, en prenant cette variation moyenne pour celle qui s'étend depuis le point b ou depuis un pouce, à compter de l'extrémité a jusqu'à 10 pouces, c'est-à-dire, sur une longueur de 18 rayons, l'on aura pour l'accroissement,

depuis le point m jusqu'à un pouce de l'extrémité, la quantité $1,476 D$, qui, étant ajoutée à $0,28 D$, densité à 10 pouces du point a , donnera pour la densité, à un pouce de l'extrémité du cylindre, la quantité $1,72 D$. L'expérience nous a donné, *article LVI*, la densité de ce cylindre mesurée à un pouce de son extrémité a , égale à peu-près à $1,6 D$, qui diffère peu de celle donnée par la théorie.

Les variations des différens points du cylindre étant données par l'approximation qui précède, l'on peut les déterminer de nouveau par une seconde approximation qui nous rapprochera beaucoup de leur véritable valeur. Je suppose que l'on veuille avoir dans la *figure 4*, la variation

des densités au point i , qui tient le milieu entre b & b_3 , je calcule d'après les formules données, *article XXXVI* & suivans,

l'action que la portion du milieu du cylindre $b a$, dont la densité, ainsi que la variation, sont à peu-près connues par l'approximation qui précède, exerce sur le point de l'axe qui répond à i . Je fais la même opération pour les

portions de cylindre $\overset{3}{b} \overset{4}{b}$ & $\overset{4}{b} \overset{5}{m}$. D'après ces actions données par le calcul, ainsi que d'après celle du globe C ; je forme une équation analogue à celles qui précèdent; cette équation me donne la variation $n r$ de la densité moyenne entre les

points $\overset{3}{b}$ & $\overset{3}{b}$. Je fais les mêmes opérations pour un autre point quelconque du cylindre, & je détermine ainsi par une seconde approximation les variations dans tous les points de la surface, d'où je conclus la densité électrique du cylindre pour chaque point de sa surface. L'on pourroit, par une troisième approximation, en suivant la même méthode, s'approcher encore davantage de la vérité, si on le croyoit nécessaire; mais cette précision ne paroît pas devoir être jamais utile à la pratique dans les recherches électriques.

L X I.

S E C O N D E X E M P L E.

JE suppose, *fig. 12*, que C' soit un globe de mille pieds de rayon, que la densité du fluide électrique répandu sur la surface de ce globe soit D ; que l'extrémité a du cylindre $a m$ soit placée à 500 pieds de ce globe; que ce cylindre ayant un pouce de rayon & 60 pieds de longueur de a en m , soit enfoncé au point m'' perpendiculairement dans une surface plane indéfinie $H o$ d'un corps conducteur.

D'après tout ce que nous avons dit, le cylindre $a m''$ non isolé donnera dans toute sa longueur, des signes d'électricité contraire à celle du globe C' . Son électricité sera nulle au point m'' , où il joint la surface $H o$, & cette surface sera elle-même électrisée d'une nature d'électricité contraire à celle du globe dans les parties qui avoisinent le globe; en sorte que pour avoir la variation de la densité sur un point quelconque q du cylindre, il faut déterminer cette variation, d'après l'action de chaque partie $a q$ & $q m''$ du cylindre sur le point q , & d'après l'action du globe C de
la

A Ces globes , les centres placés en ligne droite , le
 Dugros gl
 points du
 moyenne ^{de}itième colonne verticale , troisième ligne horizontale ,
 son rayon
 globe est , à compter du gros globe.

1. ^{ere} ÉQ	$\frac{+ 2 \overset{17}{d}}{33^2}$	$\frac{+ 2 \overset{18}{d}}{35^2}$	$\frac{+ 2 \overset{19}{d}}{37^2}$	$\frac{+ 2 \overset{20}{d}}{39^2}$	$\frac{+ 2 \overset{21}{d}}{41^2}$	$\frac{+ 2 \overset{22}{d}}{43^2}$	$\frac{+ 2 \overset{23}{d}}{45^2}$	$\frac{+ 2 \overset{24}{d}}{47^2}$
2. ^{eme} ..	$\frac{+ 2}{31^2}$	$\frac{+ 2}{33^2}$	$\frac{+ 2}{35^2}$	$\frac{+ 2}{37^2}$	$\frac{+ 2}{39^2}$	$\frac{+ 2}{41^2}$	$\frac{+ 2}{43^2}$	$\frac{+ 2}{45^2}$
3. ^{eme} ..	$\frac{+ 2}{29^2}$	$\frac{+ 2}{31^2}$	$\frac{+ 2}{33^2}$	$\frac{+ 2}{35^2}$	$\frac{+ 2}{37^2}$	$\frac{+ 2}{39^2}$	$\frac{+ 2}{41^2}$	$\frac{+ 2}{43^2}$
4. ^{eme} ..	$\frac{+ 2}{27^2}$	$\frac{+ 2}{29^2}$	$\frac{+ 2}{31^2}$	$\frac{+ 2}{33^2}$	$\frac{+ 2}{35^2}$	$\frac{+ 2}{37^2}$	$\frac{+ 2}{39^2}$	$\frac{+ 2}{41^2}$
5. ^{eme} ..	$\frac{+ 2}{25^2}$	$\frac{+ 2}{27^2}$	$\frac{+ 2}{29^2}$	$\frac{+ 2}{31^2}$	$\frac{+ 2}{33^2}$	$\frac{+ 2}{35^2}$	$\frac{+ 2}{37^2}$	$\frac{+ 2}{39^2}$

TABLEAU de 24 Équations destinées à déterminer la densité électrique moyenne de 24 petits globes, les centres placés en ligne droite, le petit globe 1 en contact avec un gros globe.

Du gros globe sur les différens points du contact. La densité moyenne du gros globe est D ; son rayon R ; le rayon du petit globe est r .

Dans ce Tableau, les N.^o au haut de chaque colonne indiquent la place du petit globe; en sorte, par exemple, qu'à la huitième colonne verticale, troisième ligne horizontale,

l'on trouve la quantité $\frac{7}{113}$ qui est sensée multipliée par d^8 , ou par la densité moyenne du huitième petit globe, à compter du gros globe.

[illegible]

la surface Ho sur le même point q . Si nous n'avions pas égard à l'action de la surface Ho , & que nous calculions la variation au milieu q du cylindre $a m''$ à 30 pieds de son extrémité, d'après la méthode de l'article qui précède, l'on trouveroit pour cette variation sur la longueur d'un rayon, $nr = 0,0766 D$. Ainsi, si la variation étoit constante sur toute la longueur du cylindre, qui a 60 pieds ou 720 r de longueur, l'on auroit la densité à deux ou trois pouces de l'extrémité du cylindre, égale à 55 D ; mais comme la variation augmente à mesure que l'on s'approche de l'extrémité a du cylindre, la densité à 2 ou 3 pouces de cette extrémité, sera beaucoup plus grande que celle que nous venons de trouver. En faisant le calcul de la variation pour les différens points du cylindre, d'après les méthodes données dans les quatre derniers articles du Mémoire qui précède, j'ai trouvé que la densité à cinq ou six pouces de l'extrémité a , seroit par une première approximation, égale à plus de 120 D , & qu'elle seroit égale à plus de 300 D sur la demi-sphère qui termine le cylindre.

Mais il faut remarquer que nous n'avons pas encore eu égard à l'action de la surface OH , dont l'électricité est de nature contraire à celle du globe C , & qui se réunit à celle du globe, pour pousser le point q ou un autre point quelconque du cylindre de q vers C ; elle doit par conséquent augmenter la variation de la densité pour tous les points du cylindre; ainsi la densité de chaque point du cylindre doit être encore plus grande que celle déterminée par le calcul précédent.

Cherchons donc quelle est la densité électrique de la surface HO , présentée à une certaine distance d'un globe électrisé C . Lorsque nous aurons l'évaluation de cette densité, d'après l'expérience & la théorie, il sera facile de déterminer l'action de la surface HO sur un point quelconque du cylindre; & en réunissant cette action à celle du cylindre & du globe sur le même point, de calculer d'une

manière assez précise la densité électrique des différentes parties de la surface du cylindre.

L X I I.

État électrique d'un plan non isolé, placé, fig. 13, à une distance A B d'un globe électrisé, assez grande pour que l'électricité ne se communique pas du globe au plan, à travers la couche d'air qui les sépare.

LA figure 13 indique la disposition du globe C & du plan B t qui lui est présenté : le globe C est isolé & électrisé ; le plan B est soutenu verticalement par un support idio-électrique e f g. Ce plan circulaire est percé en B vers son centre de deux pouces de diamètre, où l'on introduit un petit plan circulaire du même diamètre que ce trou. Ce petit plan peut être ensuite placé dans la balance électrique. Je ne donnerai ici que le détail d'une expérience, & le résultat général des autres.

E X P É R I E N C E.

Le plan t B, figure 13, avoit 16 pouces de diamètre ; le globe C avoit 8 pouces de diamètre ; le centre B de ce plan étoit placé à 4 pouces de la surface du globe C ; l'on touchoit avec le doigt en t le plan B t, & en retirant le petit cercle B, on l'introduisoit dans la balance électrique, dont l'aiguille étoit électrisée de la même nature d'électricité que le globe C. Cette aiguille étoit attirée avec une force dont on prenoit la mesure au moyen de notre micromètre de torsion ; l'on touchoit tout de suite le globe C', avec le même petit plan B, qui, présenté dans la balance, chasse l'aiguille ; l'on déterminoit cette action & on la comparoit pour une même distance avec la première. Le résultat de cette expérience a été que l'action répulsive du petit plan

après avoir touché le globe, étoit quatre fois plus grande que l'action attractive du même petit plan, après avoir été placé en *B* au centre du grand plan *B t* non isolé.

Par une suite d'expérience analogue à la précédente, en faisant varier la distance *C B*, & en comparant entre elles les densités électriques du point *B*, relativement à cette distance *B C*, j'ai trouvé que les densités électriques du point *B*, d'une nature contraire à celles du globe *C*, étoient exactement entre elles, en raison inverse du carré des distances du point *B* au centre du globe *C*.

L X I I I.

Résultat de cette Expérience.

IL est facile de soumettre les résultats de l'expérience au calcul. Soit *D* la densité électrique de la surface du globe, *δ* celle du plan dans les parties qui avoisinent le point *B*: l'action d'une surface dont la densité uniforme est *δ* agissant en raison inverse du carré des distances, sera pour un point à distance infiniment petite de ce plan, égale à *δ*; celle d'une surface sphérique agissant à une distance *a* du centre de la sphère, si *D* est la densité de la surface & *R* son rayon, sera égale à $\frac{2 D R^2}{a^2}$; ainsi, si l'on met en équation l'action du globe *C* & celle du plan *D*, les densités électriques du globe & du plan étant d'une nature contraire, l'on aura $(\frac{2 D R^2}{a^2} + \delta) = 0$ ou $-\delta = \frac{2 D R^2}{a^2}$;

dans l'expérience de l'article qui précède $R = 4$ pouces, $a = 8$ pouces; ainsi $-\delta = \frac{1}{2} D$, quantité que nous avons paru trouver égale à $\frac{1}{4} D$ par notre expérience. Mais il faut se ressouvenir, ainsi que nous l'avons prouvé plus haut, *figure 8*, que lorsque le petit plan *B* touche le globe, il prend une quantité d'électricité double de celle de la surface touchée; d'où il suit que la quantité d'électricité

du petit plan B , après avoir touché le globe, est double de celle de la surface : ainsi comme en introduisant le petit plan B dans le trou du grand plan $B I$, nous ne prenons qu'une densité égale à celle du plan, il en résulte que l'expérience, ainsi que la théorie, donnent $\delta = \frac{1}{2} D$.

La même formule nous apprend que la densité δ du centre B du plan $B t$, doit suivre la raison composée directe de la densité électrique du gros globe & de sa surface, & la raison inverse du carré de la distance $B C$ entre le milieu du plan & le centre du globe ; ce qui se trouve très-exactement conforme à l'expérience.

L X I V.

R E M A R Q U E.

DANS l'expérience dont nous venons de donner la théorie, à l'article précédent, il se présente une observation curieuse, c'est que lorsque le plan $B t$, *figure 13*, est touché en t , le globe C étant électrisé, il n'y a que la surface du plan qui est du côté du globe, qui donne des signes d'électricité, la surface opposée reste dans son état naturel ; c'est ce qu'il est facile de prouver par l'expérience, en touchant alternativement ces deux surfaces par un petit plan isolé, que l'on présente ensuite à un électromètre très-sensible. Lorsque ce petit plan touche le grand plan d'une surface du côté du globe, il donne des signes d'une forte électricité ; lorsqu'il le touche du côté opposé, il n'en donne aucun signe.

Ce phénomène est facile à expliquer par les considérations dont nous avons fait usage dans les différens Mémoires qui précèdent, pour prouver que le fluide électrique se distribue seulement sur la surface des corps. Nous y reviendrons dans le Mémoire qui suivra celui-ci, & qui complétera le travail que nous avons entrepris sur l'électricité. Il aura pour objet de déterminer la manière dont le fluide électrique se

distribuée, & pénètre la surface des corps idio-électriques, ainsi que sur les corps conducteurs qui les touchent ou les avoisinent.

L X V.

REVENONS à présent à notre deuxième exemple, *art. LXI*, dans lequel *C*, *figure 12*, est un globe de 1000 pieds, placé à 500 pieds de distance de l'extrémité d'un cylindre, dont la longueur est 60 pieds & le rayon un pouce. Dans cet exemple, le plan *Ho* se trouvant à 1560 pieds du centre du globe *C*, sa densité *D'* sera représentée par

$$D' = \frac{2D \cdot (1000)^2}{(1560)^2} = 0,822 D, D \text{ étant la densité de la}$$

surface du globe. Si nous voulons déterminer par les méthodes d'approximation qui précèdent la variation du cylindre, nous trouverons que l'action du globe *C* sur le point *q* placé au

$$\text{milieu du cylindre, sera égale à } \frac{2D \cdot (1000)^2}{(1530)^2} D = 0,854 D;$$

l'action du plan *Ho* sur le même point *q*, en supposant le rayon de ce plan très-grand relativement à la distance, *m'' q* sera, comme nous venons de le trouver, égale à $D' = 0,822 D$, action qui pousse le point *q* vers le globe *C* dans le temps que le globe *C* attire le même point; ainsi l'action réunie du globe & du plan *Ho* sollicite le point *q* dans le sens *q C* avec une force égale (à $0,822 + 0,854$) *D*.

Mais nous avons vu, dans les précédens articles, que si la variation des densités du cylindre *am''*, *figure 5*, suivoit une ligne droite, l'action de tout le cylindre sur un point placé à

$$\text{son milieu seroit égale } 2nr \left(\frac{\log. \frac{l}{r}}{\mu} - 1 \right), \text{ où } nr \text{ représente}$$

la variation de la densité sur une longueur égale au rayon *r* du cylindre, *l* est la longueur du cylindre, μ le module du système logarithmique; ainsi, dans notre exemple, comme

r est égal à un pouce, comme la longueur du cylindre est de soixante pieds ou de $720 r$, nous aurons pour l'action du cylindre sur le point placé au milieu en q , la quantité $2 \cdot 558 \cdot nr$, action qui agit sur le point q de q , vers m'' ; ainsi l'équilibre de ce point donnera

$(0,822 + 0,854) D = 2 nr \cdot 5,58$ ou $nr = \frac{0,838}{5,58} D$
 $= 0,15 D$, quantité à peu-près double de celle que nous avons trouvée lorsque nous n'avions pas égard à l'action de la surface HO .

Si je veux à présent avoir la variation au point ϕ , que je suppose à 5 pieds de l'extrémité a du cylindre am'' , je trouverois que l'action du plan Ho sur le point ϕ est à peu-près égale D' ou à $0,822 D$, la distance $m''\phi$ étant très-petite relativement à l'étendue électrisée du plan Ho :

l'action du globe sur le point ϕ sera égale à $\frac{2D(1000)^2}{(1505)^2}$,

Pour avoir à présent l'action du cylindre sur le point ϕ , je supposerai le cylindre divisé en deux parties; la première ap , ayant 10 pieds de longueur; la deuxième pm , ayant 55 pieds de longueur. Si la variation de la densité trouvée au milieu du cylindre égale à $0,15 D$, s'étendoit jusqu'au point p , à 10 pieds de l'extrémité a , l'on auroit à ce point la densité δ égale à $600 \times 0,15 D = 90 D$.

Ainsi, si l'on vouloit calculer l'action de la portion pm'' du cylindre sur le point ϕ , la densité électrique étant en p égale à δ , & décroissant de la quantité nr , sur une longueur du rayon, l'on auroit, pour exprimer cette action, en nommant ϕp , a , & $\phi m''$, x , d'après les articles qui précèdent

la formule $\delta \left(\frac{r}{a} - \frac{r}{x} \right) + nr \left(\frac{a-x}{x} \right) + \frac{nr}{\mu} \log. \left(\frac{x}{a} \right)$

Il faut dans cette formule substituer à la place de δ , sa valeur $90 D$, à la place de a , sa valeur $60 r$, à la place de x , la quantité 660 , & à la place de nr , sa valeur $0,15 D$; d'où résultera pour l'action de cette partie mp du cylindre,

la quantité $1,14 D$. Si l'on suppose à présent, que la variation moyenne sur les dix derniers pieds est $n' r$, l'on aura au point p , milieu de ces dix derniers pieds, pour l'action dans le sens ap , des dix derniers pieds du cylindre, la

quantité $2 n' r \left(\frac{\log. 120}{\mu} - 1 \right) = 7,58 n' r$. Ainsi,

en réunissant l'action du globe à celle de la surface Ho & à celle de la portion du cylindre pm'' , qui agissent dans le même sens, l'on aura pour l'équilibre au point ϕ , à 5 pieds de l'extrémité a , l'équation

$$\frac{2 D (1000)^3}{(1505)^2} + 0,82 D + 1,14 D = 7,58 n' r;$$

$$\text{d'où } n' r = \frac{1,42}{3,79} D = 0,37 D.$$

Ainsi la variation à 5 pieds de l'extrémité a seroit, par cette approximation, égale à $0,37$; d'où l'on concluroit que la variation moyenne entre un point pris au milieu du cylindre où cette variation est égale $0,15 D$, & un point à 5 pieds de l'extrémité où elle est égale à $0,37 D$, sera $0,26$. Ainsi l'accroissement de la densité, depuis le milieu du cylindre jusqu'à cinq pieds de distance de l'extrémité, sera sur vingt-cinq pieds ou sur $300 r$ de longueur, égal à $0,26 \times 300 D = 78 D$. La variation depuis le point q , milieu du cylindre, jusqu'au point m'' , n'est pas tout-à-fait égale à $0,15 D$ que nous avons trouvé pour la variation au milieu du cylindre; mais en prenant cette valeur pour une première approximation, nous aurons pour l'accroissement de la densité, depuis le point m'' jusqu'au milieu q du cylindre ou sur $360 r$ de longueur, la quantité $54 D$ qui représentera la densité au milieu du cylindre; ainsi en y joignant $68 D$, accroissement de densité que nous venons de trouver depuis le milieu du cylindre jusqu'au point ϕ , placé à 5 pieds de l'extrémité a du cylindre, nous aurons la densité à ce point ϕ égale à $132 D$.

Si, en suivant la méthode qui précède, je cherchois la variation à 2 pieds ou à $24 r$ de distance de l'extrémité a

du cylindre, je la trouverois pour la longueur d'un rayon, égale à $1,07 D$; je trouverois ensuite la variation, sur une longueur d'un rayon pris à 6 pouces du point a par la même méthode d'approximation, égale à $5 D$, ou à cinq fois la densité du globe; & en concluant, d'après ces variations, la densité à 2 ou 3 pouces de l'extrémité a du cylindre, on la trouveroit de plus de $200 D$.

Si nous voulions à présent déterminer la densité électrique à l'extrémité a qui termine le cylindre, il seroit facile de voir, ainsi que l'expérience le prouve, que cette densité est au moins deux fois plus grande que celle du point b , qui n'en seroit éloignée que d'à peu près une longueur égale au demi-diamètre du cylindre ou au rayon de la demi-sphère qui le termine. Pour le prouver, supposons que depuis le point b , qui répond à l'équateur de la demi-sphère jusqu'au point m'' , la densité du cylindre soit uniforme & égale à δ ; que la densité de la surface de la demi-sphère $a b$ est égale à δ' ; l'on trouvera par un calcul très-facile, que l'action de la surface de la demi-sphère $a b$ sur son centre e dans la direction $a m''$, est égale à $\frac{\delta'}{2}$; l'on trouvera que l'action de la surface du cylindre $b m''$ sur le point e dans la même direction, est égale à δ . Ainsi, en réunissant à cette action, celle de la sphère C' & celle de la surface $H o$, elles doivent faire équilibre à l'action de la demi-sphère $a b$, d'où résulte l'équation

$$\frac{\delta'}{2} = \delta + \frac{2 D (1000)^2}{(1500)} + 0,82 D; \text{ \& comme } \delta$$

est beaucoup plus grand que D , il en résulte que δ' ou que la densité électrique sur la surface de la demi-sphère qui termine en a le cylindre, est plus que double de celle de la surface de ce même cylindre à un pouce de son extrémité. Ce résultat est conforme à ce que l'expérience nous a donné, *art. LVI.*

Les calculs de cet article, quoique très-imparfaits, sont presque suffisans pour tous les objets de pratique relatifs

Fig. 1.

Fig. 2. N° 1.

Fig. 2. N° 2.

Fig. 2. N° 3

Fig. 4.

Fig. 3.

Fig. 6

Fig. 7.

Fig. 8.

Fig. 9.

Fig. 11.

Fig. 10.

Fig. 13.

Fig. 12.

à l'électricité, où il pourroit être nécessaire d'employer le calcul. Mais les valeurs données par cette première approximation, peuvent être corrigées & rapprochées de la vérité autant que l'on voudra, en regardant, ainsi que nous l'avons dit à la fin de l'article *LX*, la courbe des densités comme un polygone, dont l'inclinaison des côtés seroit donnée relativement à l'axe du cylindre, par l'approximation qui précède: le calcul de l'action des différentes parties de la surface du cylindre sur un point de son axe, se feroit par les méthodes expliquées à l'art. *XXXV* & *suiv.* & donneroit la variation au milieu d'une partie du cylindre, partie que l'on pourroit prendre plus ou moins grande, suivant que le point dont on voudroit déterminer la variation, seroit plus ou moins près de l'extrémité *a*.

DE LA JONCTION

*Des Observatoires de Paris & de Greenwich , &
Précis des travaux géographiques exécutés en France
qui y ont donné lieu.*

Par M. DE CASSINI.

Lû à la
rentrée de
Pâques 1787.

AUCUN siècle ne s'est occupé avec plus de lumières & de succès que celui-ci , de la perfection de la géographie ; aucune nation n'a contribué plus que la nation François , aux progrès de cette science. Je n'entreprendrai pas de faire le tableau des travaux immenses exécutés par des François au travers des montagnes du Pérou , sur les glaces du cercle polaire , au milieu des sables de l'Afrique. Je ne parlerai point des voyages & des essais multipliés faits sur mer , à l'occasion des diverses méthodes proposées pour la solution du problème des longitudes , & particulièrement des montres marines. Il ne sera question ici que des opérations faites dans l'intérieur de la France , & qui ont donné lieu à celles dont nous avons à rendre compte dans ce Mémoire.

Le célèbre Picard fut le premier qui , en 1669 , réunissant les méthodes géométriques & astronomiques , mesura avec des soins & une précision jusqu'alors inconnus , la distance entre Malvoisine & Amiens , & nous donna la première mesure exacte du degré du méridien. Quatorze années après , J. D. Cassini entreprit de décrire d'un bout à l'autre du royaume la méridienne de l'Observatoire , en continuant du côté du midi la chaîne de triangle que Picard avoit commencée vers le nord. Il s'appuya sur la base de Villejuif , mesurée par cet académicien ; & partant de ce terme , il poussa ses opérations , dans la même année

SEPTIÈME MÉMOIRE
SUR
L'ÉLECTRICITÉ ET LE MAGNETISME.
PAR M. COULOMB.

Du Magnétisme.

I.

DANS les six mémoires qui précèdent, imprimés successivement dans les volumes de l'Académie, depuis 1784, j'ai eu principalement en vue de soumettre au calcul les différens phénomènes de l'électricité. Le mémoire que je présente aujourd'hui a pour objet de déterminer, par l'expérience et par le calcul théorique, les loix du magnétisme.

Il est nécessaire, pour les opérations qui vont suivre, de rappeler quelques résultats que j'ai déjà donné, soit dans un mémoire sur les aiguilles aimantées, imprimé dans le neuvième volume des Savans étrangers, soit dans un mémoire imprimé dans notre volume de 1785.

Dans le premier de ces mémoires, j'ai prouvé, pag. 168, « que si une aiguille aimantée est suspendue par son centre » de gravité, autour duquel elle puisse se mouvoir librement dans tous les sens, et que l'on l'éloigne du méridien magnétique, elle y est toujours ramenée, par une force » constante, quelque soit l'angle de direction que l'aiguille » forme avec le méridien magnétique. »

Dans ce mémoire, j'ai rapporté quelques expériences de

différens auteurs, d'où j'avois déduit le résultat qui précède; mais en 1785, *volume de l'Académie, page 603 et suivantes*, je l'ai confirmé au moyen de ma balance de torsion, par une expérience qui paroît décisive, voici en quoi elle consiste; l'on place dans la balance magnétique, telle qu'elle est décrite dans ce mémoire, une aiguille aimantée suspendue horizontalement par un fil de cuivre, de manière que lorsque l'aiguille se trouve dans la direction du méridien magnétique; l'angle de torsion du fil de suspension soit nul: l'on tord ensuite le fil de suspension, au moyen du micromètre décrit dans les différens Mémoires qui précèdent, l'on observe pour différens angles de torsion, de combien l'aiguille s'éloigne de son méridien, et l'on trouve que la force de torsion nécessaire pour retenir une aiguille à une distance quelconque de son méridien, est très-exactement proportionnelle au sinus de l'angle que la direction de l'aiguille forme avec ce méridien, d'où il résulte évidemment que la résultante des forces qui ramènent l'aiguille à son méridien, est une quantité constante parallèle au méridien, qui passe toujours par le même point de l'aiguille.

J'ai prouvé encore, *neuvième volume des Savans étrangers, page 170*, que les forces magnétiques du globe de la terre qui sollicitent les différens points d'une aiguille aimantée, agissent dans deux sens opposés; que la partie de l'aiguille qui se dirige dans nos climats à-peu-près vers le Nord, est attirée vers le Nord, tandis que la partie australe de l'aiguille est attirée vers le Sud; mais de quelque manière que l'aiguille ait été aimantée, soit même qu'après avoir été aimantée, l'on en coupe une moitié ou une portion quelconque, la somme des forces qui sollicitent vers le Nord l'aiguille ou la portion que l'on en détache, est exactement égale à la somme des forces qui sollicitent l'aiguille ou sa portion coupée vers le Sud du méridien magnétique. J'ai déduit ce résultat de plusieurs expériences, dont la plus simple est qu'une aiguille pesée avant et après avoir été aimantée, a dans l'un et l'autre

cas,

cas, très-exactement le même poids. M. Bouguer, dans son *voyage au Pérou*, page 85 et suivantes, avoit prouvé avant moi, par des expériences décisives, cette égalité d'actions opposées.

C'est encore un fait d'expérience, comme nous l'avons déjà dit dans les mémoires cités, que les aiguilles aimantées ne sont susceptibles que d'un certain degré de magnétisme qu'elles ne peuvent outre-passer quelque forts que soient les aimans dont on se sert successivement pour les aimanter.

Enfin nous avons prouvé, *Mémoires de 1786*, que les actions attractives et répulsives des molécules magnétiques, étoient en raison directe de l'intensité magnétique et de l'inverse du carré de leurs distances.

Tous ces faits étant connus, voici les principaux objets que j'ai cherché à déterminer dans le mémoire que je présente.

1^o Le rapport des forces directrices qui ramènent au méridien magnétique des aiguilles de différentes dimensions, mais de même nature, lorsqu'elles sont aimantées à saturation. 2^o L'intensité magnétique de chaque point d'une aiguille. 3^o Dans quelles limites il faut renfermer les hypothèses d'attraction et de répulsion des fluides aimantaires, pour que ces hypothèses puissent cadrer avec l'expérience. 4^o Les moyens pratiques les plus avantageux indiqués par l'expérience et la théorie, pour aimanter les aiguilles à saturation et pour former des aimants artificiels d'une grande force.

II.

Je me suis servi, *fig. 2*, dans la plus grande partie des expériences, d'une balance de torsion absolument semblable à la balance électrique décrite dans les différents mémoires que j'ai déjà donnés, *volume de 1787*, il n'y a que le support de l'aiguille *figure 1*, dont la forme est particu-

Mém. 1789.

M m m

lière, et telle que l'exige le nouveau genre d'expériences auxquelles il est destiné.

Dans le dessin de ce support, *fig. 1, ab*, représente la pince qui saisit par sa partie supérieure le fil de suspension *ag*; ce fil, ainsi que nous l'avons dit dans les mémoires sur l'électricité, est pris à son extrémité supérieure par une autre pince qui fait partie du micromètre, (*voyez volume de l'Académie*, 1785, page 569: 1787, page 421,) la pince *ab*, saisit par son extrémité inférieure *b*, un étrier, 1 2 3 4, formé avec une lame de cuivre très légère. Dans cet étrier l'on place un petit plan de carton PL, couvert, dans sa surface supérieure, d'un enduit de cire d'Espagne, sur lequel l'on donne l'empreinte du fil d'acier que l'on veut soumettre aux expériences, ce qui donne la facilité, dans les essais successifs, de placer toujours le fil dans le même endroit: sous le milieu de cet étrier, l'on soude par son extrémité supérieure *f*, un fil de cuivre *ef*, dont l'extrémité inférieure *e*, est également soudée à un plan de cuivre D C R, très-large et très-leger. Ce plan vertical D C R, est submergé dans un vase V A, rempli d'eau, de manière que la surface de l'eau soit au moins de cinq ou six lignes, au-dessus du sommet *e* du plan. La résistance de l'eau contre le plan, est destinée à arrêter promptement les oscillations de l'aiguille *sn*; mais il faut, comme nous venons de le dire, que le plan soit entièrement plongé dans l'eau, autrement dans les oscillations de l'aiguille, la surface de l'eau, s'élevant inégalement et adhérant à la surface du plan, pourroit faire varier la direction magnétique de l'aiguille (1).

(1) Dans le volume de l'Académie de 1785, j'ai donné la description d'une boussole destinée à observer les variations diurnes; dans ce mémoire j'ai proposé de souder un petit plan à l'aiguille. Les motifs exposés ici indiquent qu'il faut que ce petit plan soit soudé à un fil de cuivre, qui soit dans la même verticale que le fil de suspension, qu'il faut en outre que le plan soit entièrement submergé.

La *fig. 2* représente l'appareil que nous venons de décrire, placé dans la balance magnétique. L'on pose cette balance de manière que son côté *ab* soit dirigé suivant le méridien magnétique : la petite bande 45,0 , 45 , tracée sur le côté de la balance perpendiculairement au méridien magnétique , est la tangente d'un cercle qui auroit son centre dans le fil de suspension , en sorte qu'un plan vertical , passant par ce fil de suspension et le point *o* , milieu de la tangente , représente le méridien magnétique , la tangente , 0,45 , est divisée suivant les degrés du cercle : pour opérer , l'on place d'abord horizontalement , dans l'étrier *E* , un fil de cuivre , et le micrometre étant sur le point *o* , l'on fait en sorte que la torsion étant nulle , le fil de cuivre se dirige dans le méridien magnétique. Nous avons donné dans nos Mémoires pour 1787 , des méthodes qui rendent cette opération très-facile ; lorsque la balance est ainsi disposée , l'on substitue à l'aiguille de cuivre une aiguille aimantée ; ensuite , au moyen du micrometre de torsion , l'on éloigne cette aiguille de 20 à 30 degrés du méridien , et l'on observe la force de torsion nécessaire pour retenir l'aiguille à une pareille distance : lorsque l'on veut comparer ensuite la force directrice de cette aiguille avec celle d'une autre aiguille , l'on substitue cette deuxième à la précédente , et l'on a soin d'éloigner la deuxième du méridien magnétique , précisément d'autant de degrés que l'on en a éloigné la première ; il en résulte que les deux aiguilles , formant dans les deux expériences , le même angle avec le méridien magnétique , la force de torsion mesurera nécessairement les *momentum* de leurs forces directrices. Lorsque les angles de direction avec le méridien magnétique ne sont pas les mêmes dans les deux expériences , il est facile de les évaluer par le calcul , d'après les principes de l'article premier.

Il faut prévenir que , dans les expériences , pour donner de la précision aux résultats , il faut toujours proportionner la force de torsion des fils de suspension à la force aimantaire des aiguilles , de manière qu'en éloignant

les aiguilles à 30 degrés de leur méridien, la force de torsion des fils de suspension qui la retiennent à cette distance, soit toujours au moins de 25 à 30 degrés : c'est d'après cette observation que je me suis servi quelquefois de fil de cuivre de clavecin, tels qu'on les trouve sous différens numéros dans le commerce, et quelquefois de fils d'argent : dans les aiguilles d'un magnétisme très-foible, où le fil d'argent ne m'auroit donné que 2 ou 3 degrés de torsion, je suspendois les aiguilles à un fil de soie très-fin, et comptant le nombre d'oscillations qu'elles faisoient dans un temps donné, je calculois leur force directrice, au moyen des formules du mouvement oscillatoire que j'ai détaillé, *Mémoire cité neuvième volume des Savans étrangers.*

I I I.

Le rapport des forces de torsion de deux fils de suspension, inégaux en force, est facile à déterminer, soit par les formules et les expériences que nous avons donné, volume de l'Académie de 1784, soit plus simplement en suspendant successivement dans une position horizontale la même aiguille aimantée aux deux fils, au moyen du micromètre de torsion ; car si l'on éloigne pour les deux suspensions l'aiguille aimantée à une même distance de son méridien, les angles de torsion nécessaires pour tordre les deux fils, mesurent nécessairement le rapport de leur force de torsion, puisqu'ils retiennent l'un et l'autre à ce degré de torsion, la même aiguille aimantée, à la même distance de son méridien.

Dans les expériences qui vont suivre, je me suis principalement servi, pour les suspensions, d'un fil de cuivre numéroté 12, le plus fin que l'on trouve dans le commerce, et d'un fil d'argent beaucoup plus fin et dont la force de torsion, à même longueur, n'est que la trentième partie du fil de cuivre ; mais toutes les expériences, de quelque espèce

de suspension dont nous nous soyons servi , ont été rapportées par le calcul à celles qui auroient eulieu avec un même fil de cuivre numéroté 12 dans le commerce , de 14 pouces de longueur : ce fil pèse 0,83 grains , le pied de longueur.

I V.

Comparaison des momentum magnétiques de différentes aiguilles d'acier , du même diamètre et de différentes longueurs.

P R E M I È R E E X P É R I E N C E.

Fil d'acier pesant 38 grains le pied.

Le fil d'acier dont on s'est servi dans cette expérience , ainsi que dans toutes celles qui vont suivre , est du fil d'acier d'Angleterre , passé à la lière , d'un diamètre , par conséquent , égal dans toute sa longueur.

L'on place l'aiguille aimantée à saturation , dans l'étrier de suspension , le long d'une empreinte dirigée dans le méridien magnétique. L'on tord ensuite , dans tous les essais , le fil de suspension , jusqu'à ce que la direction de l'aiguille fasse un angle de 30 degrés avec le méridien magnétique , l'on observe l'angle de torsion : coupant ensuite l'aiguille d'acier successivement à différentes longueurs , et l'aimantant à chaque fois à saturation , l'on observe pour chaque aiguille , l'angle de torsion qui les retient à 30 degrés de leur méridien ,

L'on s'est servi dans cette expérience , pour la suspension , d'un fil d'argent très-fin et dont la force de torsion n'étoit que le trentième du fil de cuivre numéroté 12 ; mais en divisant par 30 l'angle de torsion trouvé par l'expérience , l'on a réduit les résultats aux nombres de degrés qui auroient été observés si l'on s'étoit servi du fil de cuivre numéroté 12. Il est bon d'avertir encore , que cette réduction a eu lieu dans toutes les expériences qui vont suivre , et l'on a eu :

- 1^{er}. *Essai*. La longueur du fil d'acier aimanté, étant de 12 pouces, il a fallu, pour le retenir à 30 degrés de son méridien, une force de torsion de 11,50 Degrés.
- 2^e. *Essai*. Avec un fil d'acier de 9 pouces de longueur 8,50
- 3^e. *Essai*. Avec un fil d'acier de 6 pouces . . . 5,30
- 4^e. *Essai*. Avec un fil d'acier de 3 pouces . . . 2,30
- 5^e. *Essai*. Avec un fil d'acier de 2 pouces . . . 1,30
- 6^e. *Essai*. Avec un fil d'acier de 1 pouce . . . 0,35
- 7^e. *Essai*. Avec un fil d'acier de $\frac{1}{2}$ pouce . . . 0,07
- 8^e. *Essai*. Avec un fil d'acier de $\frac{1}{4}$ pouce . . . 0,02

V.

DEUXIÈME EXPÉRIENCE.

Fil d'acier, pesant 865 grains le pied de longueur, ou ayant à-peu-près 2 lignes de diamètre.

- 1^{er} *Essai*. La longueur du fil d'acier, aimanté à saturation, étant de 18 pouces, il a fallu, pour le retenir à 30 degrés de son méridien, une force de torsion de 288,00 Degrés.
- 2^e. *Essai*. Pour une longueur de 12 pouces . 172,00
- 3^e. *Essai*. Pour une longueur de 9 pouces . 115,00
- 4^e. *Essai*. Pour une longueur de 6 pouces . 59,00
- 5^e. *Essai*. Pour une longueur de $4\frac{1}{2}$ pouces . 34,00
- 6^e. *Essai*. Pour une longueur de 3 pouces . 13,00
- 7^e. *Essai*. Pour une longueur de $1\frac{1}{2}$ pouce . 3,00
- 8^e. *Essai*. Pour une longueur de 1 pouce . 1,46
- 9^e. *Essai*. Pour une longueur de $\frac{1}{2}$ pouce . 0,32

VI.

Résultat de ces deux Expériences.

Dans la première expérience, on a trouvé qu'en éloi-

gnant l'aiguille d'acier, dont les 12 pouces de longueur pèsent 58 grains, à 50 degrés du méridien magnétique, la force de torsion, qui la ramenoit vers ce méridien, étoit mesurée par 11,50 degrés; que pour une longueur de 9 pouces, cette force de torsion étoit mesurée par 8,50 degrés; ainsi, dans ces deux essais, la diminution de la force directrice a été de 3 degrés ou d'un degré par pouce. En continuant cette opération, l'on trouve que de 9 pouc. à 6 pouc. la diminution de la force directrice a été de 3,2 pouces, encore très-approchant d'un degré par pouce; de 6 pouces à 3 pouces, la diminution a encore été de 3 degrés; et de 3 pouces à 1 pouce elle a été de deux degrés, c'est-à-dire, toujours d'un degré par pouce de diminution, d'où il est facile de conclure que jusqu'à ce que l'aiguille pesant 58 grains, soit réduite à un pouce de longueur, l'on trouve un rapport constant entre les quantités dont les aiguilles sont diminuées et celles dont les forces directrices diminuent; mais en comparant les longueurs de la même aiguille au-dessous d'un pouce, il paroîtroit, d'après cette première expérience, que les *momentum*, depuis 1 pouce jusqu'à un quart de pouce, sont à-peu-près comme le carré des longueurs des aiguilles.

Dans la deuxième expérience, l'on trouve un résultat analogue à celui de la première. Car, comparant dans cette expérience le premier essai avec le deuxième, l'on trouve qu'une diminution de 6 pouces dans l'aiguille de 18 pouces de longueur, produit dans le *momentum* de la force directrice, une diminution de 116 degré, ou de 19 un tiers de degré par pouce.

En réduisant ensuite cette même aiguille de 12 pouces à 6 pouces, l'on trouvera encore dans les *momentum* une diminution de 19 degrés par pouce: mais de 6 pouces de longueur à 4 pouces et demi, le *momentum* de la force directrice ne diminue que de 16,6 degrés par pouce. Au-dessous de 4 pouces et demi jusqu'à un demi-pouce, il paroît

troit que les *momentum* suivent à-peu-près le carré des longueurs des aiguilles ; ensorte que l'on peut, sans grande erreur, supposer dans cette deuxième expérience, que le *momentum* des aiguilles d'acier de 2 lignes de diamètre, depuis 0 ponce jusqu'à 5 ponces de longueur, sont à-peu-près comme le carré de leurs longueurs ; et que pour une plus grande longueur d'aiguille, les accroissemens des *momentum* sont à-peu-près proportionnels aux accroissemens des longueurs. Je dis à-peu-près, car lorsque les aiguilles sont aimantées à saturation, l'on trouve que les accroissemens des momens sont presque toujours un peu plus grands que les accroissemens des longueurs, mais cette variation est généralement trop peu considérable pour être appréciée par des expériences du genre des deux qui précèdent.

V I I.

Du momentum de la force directrice des aiguilles, relativement à leur diamètre.

Nous venons de voir la marche que suivent les *momentum* des forces directrices de deux aiguilles de différentes longueurs, mais de même diamètre : nous allons actuellement chercher à déterminer les rapports des *momentum* de la force directrice de deux aiguilles aimantées à saturation, de différens diamètres : mais je dois commencer par prévenir que dans le courant des expériences, j'ai bientôt reconnu qu'il étoit presque impossible de se procurer deux aiguilles d'acier de différens diamètres, qui eussent exactement le même degré de ressort, et qui fussent d'une nature homogène : ainsi, pour avoir les lois du magnétisme dans les aiguilles de différens diamètres, j'ai été obligé de former des faisceaux d'aiguilles très-fines et tirées du même fil. Ce qui a beaucoup facilité cette opération, c'est qu'en tordant autour de son axe un fil de fer de demi-ligne à-peu-près de diamètre, et tel qu'on en trouve dans le commerce, j'ai vu que par
cette

cette torsion il prenoit de l'écrouissement et du ressort, et qu'il étoit susceptible, presque, du même degré de magnétisme, qu'un fil d'acier du même diamètre : d'après cette observation, j'ai choisi un fil de fer très-pur, tel qu'il sort de la filière avant d'être recuit; il avoit à-peu-près 120 pieds de longueur; je l'ai coupé en différentes parties, que j'ai tordu autour de leur axe en les tenant pour les redresser dans un état de tension; j'en ai formé des faisceaux de différens diamètres et de différentes longueurs, que j'ai aimantés à saturation. Plaçant ensuite ces faisceaux dans la balance magnétique, il a résulté d'un très-grand nombre d'expériences, dont nous allons en rapporter quelques-unes, que dans deux aiguilles de même nature, et dont les dimensions sont homologues, les *momentum* des forces directrices sont entr'eux comme le cube des dimensions homologues. Si, par exemple, je prends une aiguille d'une ligne de diamètre et de 6 pouces de longueur, et une autre aiguille de 2 lignes de diamètre et 12 pouces de longueur, dont les dimensions homologues sont, par conséquent, comme 1 : 2, les momens magnétiques de ces deux aiguilles aimantées, l'une et l'autre à saturation, seront entr'eux comme 1 est à 8, rapport des cubes de leurs dimensions homologues.

VIII.

TROISIÈME EXPÉRIENCE.

L'on a tordu autour de leur axe, 36 fils de fer d'un pied de longueur, pesant 48 grains chacun; l'on a formé un faisceau de ces 36 aiguilles réunies et liées avec du fil; l'on a aimanté ce faisceau à saturation. En le suspendant ensuite horizontalement dans l'étrier de la balance magnétique, l'on a trouvé qu'il falloit un angle de torsion de 342 degrés pour retenir ce faisceau à 30 degrés du méridien magnétique.

I X.

Q U A T R I È M E E X P É R I E N C E.

L'on a formé un second faisceau avec 9 aiguilles de 6 pouces chacune de longueur, mais de même nature et du même diamètre que celles qui ont servi dans l'expérience précédente, l'on a trouvé que pour retenir ce faisceau à 30 degrés du méridien magnétique, il falloit une force de torsion de 42 degrés.

X.

Résultat des deux expériences précédentes.

Dans les deux expériences qui précèdent, l'on s'est servi d'un fil de fer, tel qu'il sort de la filière, le plus pur que l'on ait pu se procurer; toutes les aiguilles ont été coupées à la même pièce, l'on est donc sûr qu'elles sont de même nature et de même diamètre, mais les deux faisceaux avoient leurs côtés homologues proportionels, dans le rapport de 2 à 1 les diamètres étant comme la racine carrée du nombre des aiguilles : ainsi les cubes des diamètres sont entr'eux comme 8:1; mais nous venons de trouver que les *momentum* des forces directrices des deux faisceaux, sont comme 342 : 42 :: 8.14 : 1.00, rapport qui diffère très-peu de celui de 8 à 1, ou de la masse des deux corps : l'on a répété les deux expériences qui précèdent, avec des faisceaux dont les dimensions homologues étoient comme 3 à 1, et comme 4 à 1; et l'on a toujours trouvé le même résultat, c'est-à-dire, les forces directrices proportionnelles aux cubes des diamètres des deux faisceaux.

X I.

Remarque.

Le résultat qui précède, qui nous a appris que les mo-

mens de la force directrice de deux aiguilles, dont les dimensions sont homologues, étaient comme le cube de ces dimensions, joint au premier résultat pour les aiguilles de même diamètre, mais de différentes longueurs, qui nous a fait connoître que, pourvu que les aiguilles eussent 40 à 50 fois leur diamètre de longueur, les momens de la force directrice croissoient ensuite proportionnellement à l'augmentation des longueurs, peuvent donner tout de suite le *momentum* magnétique de tous les fils d'acier, d'une même nature et au même degré de trempe, d'un diamètre et d'une longueur quelconque, pourvu que l'on connoisse le *momentum* de la force directrice d'une seule de ces aiguilles, ainsi que l'accroissement de son *momentum*, relativement aux accroissemens de sa longueur.

Je suppose, par exemple, que l'on veuille déterminer le *momentum* de la force directrice d'une aiguille de 48 pouces de longueur et de 6 lignes de diamètre, mais de même acier et au même degré de trempe que celle de la deuxième expérience, qui avoit 2 lignes de diamètre; la question consiste à chercher dans la deuxième expérience, la longueur d'une aiguille de 2 lignes de diamètre, qui auroit des dimensions homologues avec celle de 48 pouces de longueur et de 6 lignes de diamètre; l'on trouveroit que l'aiguille de 2 lignes de diamètre auroit 16 pouces de longueur; mais nous trouvons dans la deuxième expérience, que le *momentum* magnétique d'une aiguille de 2 lignes de diamètre et 16 pouces de longueur, auroit pour mesure 250 degrés, et puisque les dimensions homologues des deux aiguilles que l'on veut comparer, sont comme 3 est à 1, leurs cubes sont :: 27 à 1, en sorte que le *momentum* de la force directrice de l'aiguille de 6 lignes de diamètre et de 48 pouces de longueur, seroit représentée par $250 \times 27 = 6750$ degrés.

X I I.

De l'action des différents points d'une aiguille aimantée, suivant que ces points sont plus ou moins éloignés de l'extrémité de l'aiguille.

Les expériences qui précèdent, et celles que nous avons données en 1785, dans les Mémoires de l'Académie, suffisent pour prouver que dans les fils d'acier, dont le diamètre est peu considérable, relativement à la longueur, les signes d'action du fluide magnétique sont concentrés vers les extrémités : l'expérience première et deuxième prouvè même, comme nous le verrons tout à l'heure, que quelque soit la longueur des fils d'acier, pourvu qu'ils aient au moins 40 à 50 fois la longueur de leur diamètre, la courbe qui représente l'action magnétique de chaque point d'une aiguille, est la même, quelque soit la longueur du fil d'acier, et qu'elle s'étend à-peu-près depuis l'extrémité des aiguilles, jusqu'à une distance de ces extrémités, égale à 25 diamètres; que delà, jusqu'au milieu de l'aiguille, l'action est très-petite, ou que les ordonnées de la courbe qui exprimeroient cette action, se confondent presque avec l'axe de l'aiguille.

J'ai cherché à confirmer ce résultat par des expériences directes, en déterminant la loi que suit l'action magnétique des différens points d'une aiguille aimantée à saturation, depuis son extrémité jusqu'au milieu de l'aiguille : l'on peut appercevoir que pour le succès d'une pareille expérience, il a fallu disposer les essais de manière qu'en présentant un fil d'acier à une aiguille très-courte, il n'y eut qu'une très-petite partie du fil dont l'action sur l'aiguille fut considérable, afin de pouvoir en conclure la densité magnétique du point du fil présenté à l'aiguille.

X I I I.

Dans une boîte dont la coupe est représentée en ABCD,

fig. 3, n°. 1, j'ai suspendu à la traverse *F* une petite aiguille d'acier, de 2 lignes de longueur et d'un quart de ligne de diamètre : au-dessous de cette aiguille, j'ai attaché à l'angle droit, avec un peu de cire, un petit cylindre de cuivre rouge, de 2 lignes de diamètre et d'un ponce de longueur, le tout étoit suspendu horizontalement par un fil de soie d'un ponce de longueur, tel qu'il sort du cocon ; j'ai prouvé ailleurs que la force de torsion d'un pareil fil étoit presque nulle. L'aiguille et le cylindre de cuivre sont représentés en plan au n°. 2, *fig. 3* ; 1, 2 représente le fil d'acier, et 3, 4 le cylindre de cuivre ; l'on pose ensuite fixement dans la boîte, *fig. 3*, n°. 1, à 3 ou 4 lignes de l'aiguille *a*, une règle verticale *hi* ; le long de cette règle l'on fait couler verticalement dans le méridien magnétique de l'aiguille *a*, un fil d'acier aimanté, à saturation, d'une ou deux lignes de diamètre, ensorte que le point *b* de l'axe de ce fil n'en soit qu'à deux ou trois lignes de distance.

Lorsque l'on veut déterminer l'action magnétique du point *b*, l'on fait d'abord osciller l'aiguille *a*, avant de lui présenter le fil d'acier *ns* ; l'on compte le nombre d'oscillation que fait cette aiguille, en vertu de l'action seule du globe de la terre ; l'on place ensuite l'extrémité *s* du fil d'acier aimanté en *b*, à la hauteur de l'aiguille *a* ; l'on compte dans cette position le nombre d'oscillations que l'aiguille *a* fait dans 60'' ; l'on baisse successivement l'extrémité *s* du fil d'acier, de six lignes en six lignes, et à chaque fois l'on compte le nombre d'oscillations que l'aiguille *a* fait en 60''.

X I V.

De cette opération, il résulte que si l'aiguille *a* restoit toujours dans un même état de magnétisme, le point *b* du fil d'acier se trouvant seulement à trois lignes de distance de cette aiguille, il n'y auroit dans le fil que les points qui avoisinent *b*, dont l'action seroit considérable sur l'aiguille

a , puisque l'action des autres points décomposée suivant une direction horisontale, diminue à densité égale, en raison du carré des distances et de l'obliquité de leur action : ainsi en faisant successivement glisser les différens points b de l'aiguille le long de la règle hi , il en résulteroit que l'action des différens points b de l'aiguille, seroit à-peu-près proportionnelle au carré du nombre des oscillations faites par l'aiguille a , dans un temps constant.

X V.

La *fig. 3*, n°. 3, peut servir à démontrer l'assertion qui précède. ns représente le fil d'acier dont l'axe en b est placé à 3 ou 4 lignes du milieu de la petite aiguille a ; si l'on prend au-dessus et au-dessous du point b , deux portions de fil bc et bc' , très-petites, relativement à la longueur totale du fil, la densité magnétique de cette portion cc' peut être, sans erreur sensible, représentée par une ligne droite gkl ; ensorte que gc sera la densité du point c ; kb , celle du point b ; et lc' , celle du point c' : si l'on tire actuellement par le point k , une ligne okh , parallèle à l'axe du fil d'acier ns , le triangle gko , étant égal au triangle khl , il en résulte que l'action de la portion cc' du fil d'acier ns sur l'aiguille a , étant décomposée dans une direction horisontale, est la même que si la densité magnétique eût été uniforme depuis c jusqu'en c' , et égal à bk , qui représente la densité du milieu b . Nous verrons cependant par les expériences qui vont suivre, que les résultats trouvés par le procédé que nous venons d'indiquer, exigent une correction, parce que l'état magnétique d'une aiguille a , dont les dimensions sont très-petites, et telles que celles de notre expérience change à mesure que les points b qu'on lui présente, sont plus ou moins aimantés.

XVI.

CINQUIÈME EXPÉRIENCE.

Fil d'acier de 2 lignes de diamètre et de 27 pouces de longueur.

L'on a pris un fil d'excellent acier, de 2 lignes de diamètre et de 27 pouces de longueur, de la même grosseur et de la même nature que celui de notre deuxième expérience; il a été aimanté à saturation par la méthode que nous prescrivons à la fin de ce Mémoire. L'ayant placé, ainsi qu'il est indiqué dans les deux articles qui précèdent et par la *fig. 3*, à 3 lignes de distance de la petite aiguille *a*, qui a 2 lignes de longueur et un quart de ligne de diamètre, on l'a fait couler verticalement de 6 lignes en 6 lignes, en observant à chaque fois le nombre d'oscillations de l'aiguille *a*.

1^{er}. *Essai*. L'aiguille *a*, avant qu'on lui présente le fil d'acier, fait à-peu-près une oscillation en 60".

2^e. *Essai*. En plaçant l'extrémité *s* du fil d'acier, au niveau de l'aiguille *a*, cette aiguille fait en 60" . . . 64 Oscillations.

3^e. *Essai*. L'extrémité *s* baissée de 6 lignes, l'aiguille *a* fait en 60" . . . 58

4^e. *Essai*. L'extrémité *s* baissée d'un pouce, l'aiguille *a* fait en 60" . . . 44

5^e. *Essai*. L'extrémité *s* baissée de 2 pouces, l'aiguille *a* fait en 60" . . . 18

6^e. *Essai*. L'extrémité *s* baissée de 3 pouces, l'aiguille *a* fait en 60" . . . 12

7^e. *Essai*. L'extrémité *s* baissée de 4 pouces et demi, l'aiguille *a* fait en 60" une ou deux oscillations. Il en est de même jusqu'à ce qu'on ait baissé l'extrémité *s* du fil d'acier, jusqu'à un peu plus de 22 pouces, c'est-à-dire, jusqu'à 4 pouces et demi de l'autre extrémité *n*; pour

lors l'aiguille *a* tourne ses poles en changeant de position bout pour bout, et elle donne vers cette seconde extrémité et dans les points correspondans, à-peu-près le même nombre d'oscillations qu'à l'autre extrémité.

XVII.

SIXIÈME EXPÉRIENCE.

Fil d'acier de 2 lignes de diamètre et de 10 pouces de longueur.

En présentant à l'aiguille *a*, à la même distance que dans l'expérience qui précède, un fil d'acier de la même nature et du même diamètre, mais ayant seulement 10 pouces de longueur, l'on trouve que les trois premiers pouces de chaque extrémité du fil de 10 pouces, donnent presque exactement la même action que les trois derniers pouces des extrémités du fil de 27 pouces, détaillés dans l'expérience qui précède.

XVIII.

SEPTIÈME EXPÉRIENCE.

Fil de 5 pouces de longueur et de 2 lignes de diamètre.

Enfin, en se servant d'un fil d'acier de 5 pouces de longueur, mais du même diamètre que le précédent, l'on trouve encore aux extrémités de ces fils; et même jusqu'à cinq ou six lignes de ces extrémités, à très-peu-près, les mêmes degrés d'action qu'à l'extrémité des aiguilles des deux expériences précédentes.

X I X.

Première Remarque.

L'action qui fait osciller l'aiguille, se mesure ainsi que l'on le sait par le carré du nombre des oscillations faites dans le même temps; d'après cette considération, j'ai construit, *fig. 4*, en prenant le carré du nombre des oscillations, la courbe *abcde*, qui représente le lieu géométrique des densités ou des actions magnétiques de tous les points de la moitié d'une aiguille de 27 pouces de longueur et de 2 lignes de diamètre; dans cette *figure* $0,13\frac{1}{2}$ représente la moitié de la longueur de l'aiguille, et les ordonnées représentent les densités magnétiques: ces ordonnées décroissent, comme l'on voit, rapidement, et sont à-peu-près nulles vers le cinquième pouce; depuis ce point la courbe des densités se confond avec l'axe jusqu'au vingt-deuxième pouce, et sur les cinq pouces de l'autre extrémité, elles suivent à-peu-près la même loi, mais dans un sens contraire; ensorte que si la première extrémité a une densité positive, ou dont l'action, sur un pôle de la même nature, soit répulsive, celle de l'autre extrémité sur le même pôle sera attractive: dans la *figure 4*, nous avons doublé, à l'extrémité de l'aiguille en *o*, le nombre qui représente le carré des oscillations; il est facile de voir, d'après la méthode de l'article 15, que la véritable valeur de cette densité doit être encore plus grande, puisque dans ce point, par la position de l'aiguille, le point *b* étant *fig. 3*, n°. 1, l'extrémité de l'aiguille, il n'y a d'action que d'un des côtés de *b*, et non pas des deux côtés, comme dans tous les autres essais; d'ailleurs, la densité va en diminuant depuis le point *b*, lorsque *b* est l'extrémité du fil; au lieu que, pour pouvoir comparer le résultat du carré des oscillations dans ce cas avec les autres essais, il faudroit, d'après les observations de l'art. 14, que la densité fût uniforme,

parce qu'il n'y a pas ici de compensation d'un côté par l'autre.

X X.

Deuxième Remarque.

De la sixième expérience, nous tirerons cette conséquence intéressante, c'est que la courbe, *fig. 4*, qui représente aux deux extrémités de notre fil d'acier la densité ou l'action magnétique de chaque point de ce fil, est exactement la même, quelque soit la longueur des fils, pourvu qu'ils aient plus de 8 ou 9 pouces de longueur : de là on ne peut encore conclure que lorsqu'on mesure, relativement au méridien magnétique, le *momentum* de la force directrice de différentes aiguilles d'acier, de différentes longueurs, mais de la même nature et de la même grosseur, ces *momentum* doivent différer entr'eux d'une quantité proportionnelle aux décroissemens des longueurs des aiguilles ; car, puisque le *momentum* de la force directrice de chaque aiguille, sera égal à l'aire qui représente la somme des densités magnétiques, multipliée par la distance du centre de gravité de cette aire au milieu du fil, qui est le point de suspension, que d'ailleurs l'aire des densités, ainsi que ses dimensions sont les mêmes, quelques soient les longueurs des aiguilles ; il est clair que le *momentum* de la force directrice du globe de la terre, pour chaque aiguille, sera représenté par cette aire, multipliée par la distance de son centre de gravité au milieu de l'aiguille ; mais comme la distance de ce centre de gravité à l'extrémité de l'aiguille est constante, quelque soit la longueur des aiguilles, il en résulte que le *momentum* des aiguilles sera mesuré par une quantité constante, qui exprime l'aire des densités multipliée par la longueur de l'aiguille, moins la quantité constante qui représente la distance du centre de gravité de l'aire des densités, à l'extrémité de l'aiguille. Ce résultat se trouve exactement conforme

à ce que nous avons trouvé première et deuxième expérience, en cherchant le *momentum* magnétique de plusieurs aiguilles de même diamètre et de différentes longueurs ; car, nous avons vu, d'après ces deux expériences, que les momens de la force directrice croissent proportionnellement à l'accroissement des longueurs des aiguilles ; ce qui doit nécessairement avoir lieu, puisqu'en coupant une aiguille, et l'aimantant à saturation, la courbe qui représente l'aire des densités magnétiques, étant la même pour les aiguilles de différentes longueurs, le centre de gravité de cette aire se rapproche du milieu de l'aiguille de la moitié de la partie de la longueur que l'on a coupée, et par conséquent la diminution du *momentum* est proportionnelle à cette partie coupée.

X X I.

D'après la remarque qui précède, il est facile, au moyen de la première et deuxième expérience, qui nous ont servis à connoître la loi du *momentum* de la force directrice de différentes aiguilles d'une même nature et de même grosseur, mais de longueurs différentes, de déterminer la place du centre d'action, ou, ce qui revient au même, le centre de gravité de la courbe des densités magnétiques de ces aiguilles.

Prenons d'abord pour exemple l'aiguille éprouvée dans la première expérience. Cette aiguille pèse 38 grains le pied de longueur ; nous avons trouvé, art. 4, que lorsque cette aiguille avoit 12 pouces de longueur, il falloit, pour la retenir à 30 degrés de son méridien magnétique, une force de torsion de 11,50 degrés, et lorsqu'elle avoit seulement 3 pouces de longueur, il falloit une force de 2,30 pour la retenir à la même distance. Mais, d'après les remarques qui précèdent, l'aire des densités *fig. 4*, est la même pour toutes les longueurs d'aiguille de la même grosseur, ainsi le centre de gravité de cette aire est dans les deux expériences à la même distance des extrémités de l'aiguille.

Soit A la surface de cette aire , soit x la distance du centre de gravité de cette aire à l'extrémité de l'aiguille , en nommant l la moitié de la longueur de l'aiguille , l'on aura pour son *momentum* magnétique la quantité $2A \sin. 30.^d (l-x)$ et en prenant les deux quantités trouvées par la première expérience , pour le *momentum* des forces directrices des deux aiguilles de 12 pouces et de 3 pouces de longueur ; nous aurons les deux équations suivantes :

$$2A (6-x) \sin. 30 = 11,50$$

$$\text{Et.} \dots\dots\dots 2A (1,5-x) \sin. 30 = 2,30$$

Divisons l'une par l'autre , il en résultera : $x = 0,36$ pouces.

En faisant la même opération pour l'aiguille d'acier de la deuxième expérience , qui pèse 865 grains le pied de longueur , l'on tirera sa distance du centre de gravité de l'aire des densités à l'extrémité de l'aiguille ou $x' = 1,51$ pouces. Dans ces deux expériences , les diamètres des deux fils d'acier sont entr'eux comme les racines des poids , ainsi elles sont entre elles $:: \sqrt{865} : \sqrt{38} :: 4,8 : 1,0$; mais nous trouvons la distance du centre de gravité aux extrémités des aiguilles $:: 1,510 : 36 :: 4,2 : 1,0$: ainsi il paraîtroit , d'après ces résultats , que les distances du centre d'action magnétique de deux aiguilles , à l'extrémité de ces aiguilles , sont approchant entr'elles , comme les diamètres de ces aiguilles.

X X I I.

Quatrième Remarque.

Il se présente ici une difficulté qui paroît mériter quelque attention ; nous venons de voir que la courbe *figure 4*, n^o. 1 , qui représente la densité magnétique , et qui est placée au bout du fil d'acier , de 2 lignes de diamètre , a son centre de gravité , à-peu-près à 1,5 pouces de son ex-

trémité. Nous avons vu, cinquième expérience, que la densité magnétique de cette même aiguille, ne s'étend, d'une manière bien sensible, que jusqu'à cinq pouces, à-peu-près, de l'extrémité de ce fil d'acier: or, comme 1,5 pouces est le tiers de 4,5 pouces, il résulteroit de cette comparaison que la courbe des densités magnétiques, auroit son centre de gravité placé presque à la même distance de son extrémité, que si la figure de cette courbe étoit à-peu-près une ligne droite: or, nous trouvons, d'après l'expérience cinquième, *fig. 4*, n°. 1, que cette courbe est convexe du côté de l'axe. Quoique ces résultats ne soient pas contradictoires, il faut observer que la cinquième expérience nous indique seulement le point où la densité magnétique du fil d'acier est peu considérable; car, elle n'est égale à 0 qu'au milieu du fil d'acier. Cette expérience nous indique aussi les points de deux fils d'acier aimanté, de même grosseur où la densité magnétique est la même; mais l'on ne peut pas tirer la loi exacte des densités magnétiques de tous les points du fil d'acier de cette cinquième expérience, car elle donne, pour les fortes densités du point *b*, *fig. 3*, des quantités trop grandes, relativement aux petites densités des autres points de l'aiguille, en voici la raison:

Lorsque l'aiguille *a*, *fig. 3* n'a qu'une ou deux lignes de longueur, et moins d'une demi-ligne de diamètre, comme dans l'expérience cinquième; cette aiguille, suspendue après avoir été aimantée, oscillant librement, sans aucune action étrangère au globe de la terre, ne donne que des signes très-faibles de magnétisme; mais si l'on lui présente à trois lignes de distance, comme nous l'avons fait dans la cinquième expérience, le fil d'acier *ns*, son état magnétique augmente à mesure que le point *b* du fil d'acier est plus chargé de magnétisme: ensorte que, d'un essai à l'autre, l'aiguille *a* n'est pas dans un état de magnétisme constant; mais cet état change à mesure que l'action du point *b* est plus ou moins grande: d'où il résulte, que dans les essais succes-

sifs de cette cinquième expérience, l'action du point *b* sur l'aiguille *a*, n'est pas proportionnelle à la densité aimantaire du point *b*, mais en raison composée de cette densité et de l'état magnétique de l'aiguille *a*; ensorte que, si l'état magnétique de cette aiguille croissoit proportionnellement à la densité magnétique du point *b*, pour lors l'action ou les ordonnées trouvées par notre courbe *fig. 4 n^o. 1*, seroient comme le carré des densités du point *b*: c'est-à-dire, que si cette supposition pouvoit être admise., il faudroit que les ordonnées qui représenteroient les densités, fussent seulement proportionnelles au nombre d'oscillations trouvées par les essais de cette cinquième expérience.

Une expérience qui prouve d'une manière convaincante la variation de l'état magnétique de la petite aiguille *a*, pendant les différens essais; c'est que si l'on présente un seul instant l'extrémité Sud, par exemple, de l'aiguille *a* à une ou deux lignes de distance de l'extrémité Sud du fil d'acier *ns*; pour lors, par l'action du fil *ns*; le pôle Sud de l'aiguille *a* devient dans un instant le pôle Nord; que de plus, par cette opération, cette petite aiguille se trouve aimantée à saturation, ce qui sera facile à prouver par le nombre des oscillations quelle fera librement, soit après avoir été présentée à deux lignes de distance du pôle du fil d'acier *ns*, soit après avoir touché le pôle de ce fil d'acier ou même un aimant plus fort, puisque dans les deux cas, l'on trouvera quelle fait, dans un même temps, le même nombre d'oscillations.

HUITIÈME EXPÉRIENCE,

Destinée à donner des Resultats plus rapprochés que la cinquième expérience.

Instruit par les observations de la remarque précédente, j'ai cherché à déterminer, par une nouvelle expérience,

les densités du fil ns , d'une manière plus rapprochée que par la cinquième expérience, dont nous venons de donner les détails et les inconvéniens. L'on sent que j'ai dû chercher à substituer à la petite aiguille a , dont l'état magnétique varioit d'un essai à l'autre, une autre aiguille dont la résistance magnétique fut plus grande, et en même temps dont l'action magnétique sur les points b du fil d'acier, *fig. 5*, ne fut pas assez considérable pour altérer, d'une manière sensible, l'état de ce fil ; car l'action étant réciproque entre l'aiguille a et le fil ns , l'altération magnétique est également à craindre des deux côtés.

Voici comment je suis parvenu à un résultat rapproché, après plusieurs essais, pour déterminer les dimensions les plus convenables. A la place de la petite aiguille a , *fig. 3*. qui, dans notre cinquième expérience, n'avoit que deux lignes de longueur, et moins d'une demi-ligne de diamètre, j'ai suspendu une aiguille d'acier de 5 lignes de diamètre et de 6 lignes de longueur ; j'ai placé le point b du fil d'acier ns , à 8 lignes de distance de l'extrémité de l'aiguille a , et j'ai suivi d'ailleurs tous les procédés de l'expérience cinquième : en calculant ensuite l'action des différens points b du fil d'acier ns sur l'aiguille a , d'après le carré des oscillations, j'ai trouvé les densités de ces différens points comme ils sont cotés à la *fig. 4*, n°. 2 ; dans cette figure, la base $0,13\frac{1}{2}$ pouces représente la moitié de l'axe de l'aiguille ; les ordonnées représentent les densités magnétiques des points correspondans. La dernière ordonnée oa , a été déterminée en faisant faire à ba , relativement à bc , le même angle que bc fait avec cd ; cette dernière ordonnée devroit probablement être un peu plus grande, mais les autres se rapprochent de la vérité.

Il résulte de cette expérience, que la courbe des densités, *fig. 4*, n°. 2, à partir de l'extrémité de l'aiguille, se rapproche rapidement de l'axe, puisque dans notre expérience, l'ordonnée qui représente la densité du point placé à quatre

pouces et demi de l'extrémité du fil, est au moins dix-huit fois plus petite que celle de cette extrémité: l'on voit encore que, depuis ce point, la courbe continue à se rapprocher de l'axe, qu'elle coupe au milieu de l'aiguille, pour former, dans un sens opposé à l'autre extrémité de l'aiguille, une courbe absolument semblable à la première; en calculant la distance du centre de gravité de la courbe des densités, d'après les ordonnées de la *fig. 4*, n°. 2, on le trouve placé à 1, 3 pouces de l'extrémité *o*: nous l'avons trouvé par le calcul de la deuxième expérience, art. 21, à 1,5 pouces de distance de cette extrémité, rapport aussi exact qu'on le peut espérer, dans des expériences de ce genre, qui sembleroit seulement indiquer que la densité des points placés proche le milieu de l'aiguille, est un peu plus grande que celle indiquée par notre figure; ce qui doit venir, ainsi que nous l'avons prouvé, art. 22, de l'influence magnétique des points fortement aimantés du fil d'acier *n s*, sur l'état magnétique de l'aiguille *a*; car, quoique cet état ne soit pas sujet à des variations aussi fortes que celles de la petite aiguille de l'expérience cinquième; il y aura cependant, dans l'état de l'aiguille *a*, un accroissement de magnétisme d'autant plus sensible, que l'action du point *b* du fil d'acier *n s*, *fig. 3*, sera plus forte.

X X I V.

R É C A P I T U L A T I O N.

Réunissons en peu de mots les résultats principaux fournis par les expériences qui précédent.

1°. La courbe des intensités magnétiques peut, dans la pratique, se calculer comme un triangle qui ne s'étend que depuis l'extrémité des aiguilles jusqu'à une distance de cette extrémité, égale à 25 fois le diamètre de l'aiguille: ainsi, dans les aiguilles qui ont une longueur plus grande que 50 fois

fois leur diamètre, les *momentum* croissent comme l'accroissement des longueurs des aiguilles.

2°. Lorsque les aiguilles ont moins de 50 fois leur diamètre de longueur, les momens des forces directrices peuvent, dans la pratique, être évalués en raison du carré des longueurs des aiguilles. Ce résultat trouvé, *première et deuxième expérience*, est confirmé par la *cinquième, sixième et septième*, où l'on trouve que, quelle que soit la longueur des aiguilles, l'intensité magnétique de leur extrémité est sensiblement la même; ainsi, si la figure de la courbe des intensités est représentée par un triangle dont la pointe est au milieu de l'aiguille, et si l'on nomme, *fig. 4, n°. 3, n s* l'intensité magnétique des extrémités des aiguilles *A'*, et *x* la moitié de l'aiguille, l'on aura, pour le *momentum* de la force directrice de cette aiguille, $\frac{2Ax'}{3}$; c'est-à-dire, que les *momentum* de la force directrice, sont comme les carrés des longueurs des aiguilles, lorsque ces aiguilles sont moindres que 50 fois leur diamètre, et que le lieu géométrique des densités magnétiques est à-peu-près une ligne droite.

3°. Lorsque l'on compare deux aiguilles de même nature, dont les dimensions sont homologues, les *momentum* de leur force directrice, sont comme le cube des dimensions homologues.

X X V.

Essai sur la théorie du magnétisme, avec quelques nouvelles expériences tendantes à éclaircir cette théorie.

Les physiciens ont attribués pendant long-temps les effets du magnétisme à un tourbillon de matière fluide qui faisoit sa révolution autour des aimans, soit artificiels, soit naturels, en entrant par un pôle, et en sortant par l'autre. Ce fluide agissoit, disoit-on, sur le fer et l'acier à cause de la configuration de leurs parties, mais il n'exerçoit aucune action sur les autres corps. A mesure, dans ce système, qu'il se

présentoit quelques phénomènes inexplicables par un seul tourbillon; l'on en imaginoit plusieurs, ou l'on combinait plusieurs aimans entre eux; on leur donnoit, suivant le besoin, des mouvemens particuliers. C'est sur de pareilles hypothèses que sont fondés les trois Mémoires sur la cause du magnétisme, qui furent couronnés par l'Académie en 1746.

Je crois avoir prouvé, *neuvième volume des Sayans étrangers, page 137 et 157*, combien il étoit difficile de rendre raison, au moyen des tourbillons, des différens phénomènes magnétiques; il faut donc voir si, par des suppositions simples de forces attractives et répulsives, ces phénomènes s'expliqueront plus facilement. Pour éviter toute discussion, j'avertis, comme je l'ai déjà fait dans les différens Mémoires qui précèdent, que toute hypothèse d'attraction et de répulsion, suivant une loi quelconque, ne doit être regardée que comme une formule qui exprime un résultat d'expérience; si cette formule se déduit de l'action des molécules élémentaires d'un corps doué de certaines propriétés; si l'on peut tirer de cette première action élémentaire tous les autres phénomènes; si enfin les résultats du calcul théorique se trouvent exactement d'accord avec les mesures que fourniront les expériences, l'on ne pourra peut-être espérer d'aller plus loin, que lorsqu'on aura trouvé une loi plus générale qui enveloppe dans le même calcul des corps doués de différentes propriétés, qui, jusqu'ici, ne nous paroissent avoir entre elles aucune liaison.

M. OEpinus paroît être un des premiers qui ait cherché à expliquer, au moyen du calcul, par l'attraction et la répulsion, les phénomènes magnétiques. Il pense que la cause du magnétisme peut être attribuée à un seul fluide qui agit sur ses propres parties par une force répulsive, et sur les parties de l'acier ou de l'aimant par une force attractive. Ce fluide une fois engagé dans les pores de l'aimant, ne se déplace qu'avec difficulté. Ce système a conduit M. OEpi-

nus à cette conclusion , c'est que pour expliquer différens phénomènes magnétiques , il faut supposer entre les parties solides de l'aimant une force répulsive. Depuis M. OEpinus, plusieurs physiciens ont admis deux fluides magnétiques; ils ont supposé que lorsqu'une lame d'acier étoit dans son état naturel , ces deux fluides étoient réunis à saturation ; que par l'opération du magnétisme , ils se séparent et étoient portés aux deux extrémités de la lame. D'après ces auteurs , les deux fluides exercent l'un sur l'autre une action attractive ; mais ils exercent sur leurs propres parties une action répulsive ; il est facile de sentir que ces deux systèmes doivent donner , par la théorie , les mêmes résultats.

Il s'agit à présent de voir si les calculs fondés sur les hypothèses qui précèdent , seront exactement d'accord avec les expériences ; recherches qu'il n'étoit pas possible de tenter avant de connoître la loi d'attraction et de répulsion des molécules aimantaires des corps magnétisés ; loi que nous avons trouvée , *Mémoire de l'Académie , pour 1785 , page 606 et suivantes* , en raison composée de la densité ou de l'intensité magnétique et inverse du carré des distances. Il étoit également impossible de vérifier aucune hypothèse , avant d'avoir employé des moyens qui donnassent des mesures exactes dans les expériences ; ainsi que nous avons tâché de le faire dans celles qui précèdent.

XXVI.

Exemple pour déterminer , par le calcul , la distribution du fluide magnétique dans une aiguille d'acier cylindrique , d'après les systèmes qui viennent d'être énoncés.

. Pour simplifier les résultats et mettre les calculs à portée d'un plus grand nombre de lecteurs , nous allons appliquer une méthode d'approximation à un exemple très-simple , mais qui suffira pour nous indiquer en même-temps les ré-

sultats principaux, donnés par les expériences qui précèdent, et la marche que l'on pourra suivre dans des exemples plus compliqués. Supposons, *figure 5*, que l'aiguille d'acier cylindrique ab , a de longueur six fois son diamètre, et est divisée en six parties égales; supposons cette aiguille aimantée à saturation, et cherchons quelle doit être la densité magnétique de chaque partie pour qu'il y ait équilibre au point de l'axe de chaque division; supposons de plus la densité magnétique uniforme dans chaque partie et différente seulement d'une partie à l'autre: d'après cette supposition, le point 3 étant placé au milieu de l'aiguille, les densités magnétiques des points des deux côtés, à égales distances du point 3, seront égales; mais les unes seront positives et les autres négatives. Que la limite de la force coërcitive qui empêche le fluide magnétique de couler d'une partie de l'aiguille dans l'autre, force que l'on peut comparer au frottement dans les machines, ou à la cohérence, soit représentée par la quantité constante A ; pour avoir l'action de chaque partie sur un point de l'axe, il faut déterminer, par le calcul, dans la *fig. 6*, l'action du petit cylindre $cdfg$, dont la densité est uniforme, sur le point de l'axe C , en supposant l'action de tous les points en raison inverse du carré des distances. Soit le rayon du cylindre $ag = r$, la distance $cb = a$, la distance $ca = b$, la longueur du cylindre $ba = a - b$, c le rapport de la circonférence au rayon; l'action du cylindre $cdfg$, dont la densité est δ , agissant sur le point de l'axe C , dans la direction de l'axe ac , sera exprimée par la formule $c \delta ((ab) + (bb + rr) \div - (aa + rr) \div)$. Voici le type du calcul qui donne cette formule. L'action d'une zone circulaire, qui auroit, *fig. 6*, n°. 2, $mn = dr$ de largeur, et $pm = r$ pour rayon, éloignée du point c sur lequel elle agit à la distance $pm = x$, seroit représentée par la quantité $\frac{c \delta r dx}{(rr + xx)^{\frac{3}{2}}}$, cette quantité intégrée de manière

qu'elle s'évanouisse quand $r=0$ donnera pour l'action du cercle dont r est le rayon, $c\delta \left(1 - \frac{x}{(rr+xx)^{\frac{1}{2}}}\right)$ multipliant par dx et intégrant de manière que la valeur se complétte quand $x=a$, et qu'elle s'évanouisse quand $x=b$, l'on aura, *fig. 6*, n°. 2, pour représenter l'action du petit cylindre *efgd*, sur le point *c*, évaluée dans la direction de l'axe la formule $C\delta((a-b) + (bb+rr)^{\frac{1}{2}} - (aa+rr)^{\frac{1}{2}})$ en appliquant à présent cette formule à notre exemple, où chaque partie du cylindre est égale à $2r$, et où il faut, *fig. 5*, qu'il y ait équilibre aux points de l'axe 1, 2, 3, entre les forces magnétiques et la résistance qu'éprouve ce fluide à passer d'un point à un autre du fil d'acier, l'on tirera les trois équations suivantes.

$$\text{au point 1} \dots 0,77 \overset{(1)}{\delta} = 0,74 \overset{(2)}{\delta} + 0,06 \overset{(3)}{\delta} + \frac{A}{Cr}$$

$$\text{au point 2} \dots 0,13 \overset{(1)}{\delta} = -0,81 \overset{(2)}{\delta} + 0,65 \overset{(3)}{\delta} + \frac{A}{Cr}$$

$$\text{au point 3} \dots 0,10 \overset{(1)}{\delta} = -0,22 \overset{(2)}{\delta} - 1,52 \overset{(3)}{\delta} + \frac{Cr}{A},$$

en réduisant ces trois équations, l'on trouve, pour les densités magnétiques, les valeurs suivantes,

$$\overset{(1)}{\delta} = 2,41 \frac{A}{Cr}; \quad \overset{(2)}{\delta} = 0,72 \frac{A}{Cr}; \quad \overset{(3)}{\delta} = 0,19 \frac{A}{Cr}.$$

XXXVII.

Si l'on suppose une autre aiguille dont la force coercitive, qui dépend de la nature et du degré de trempe de l'aiguille, soit représentée par A' , dont le rayon soit r' , et dont la longueur soit égale à six fois son diamètre, l'on auroit une aiguille dont toutes les dimensions seroient homogènes, ou proportionnelles aux dimensions de celle qui vient de servir de tipe à notre calcul, et nommant $\overset{(1)}{d}, \overset{(2)}{d}, \overset{(3)}{d}$,

les densités correspondantes aux trois divisions de la moitié de cette aiguille, l'on aura les trois valeurs

$$d^{(1)} = 2,41 \frac{A}{Cr}, \quad d^{(2)} = 0,72 \frac{A}{Cr}, \quad d^{(3)} = 0,19 \frac{A}{Cr}.$$

Ainsi dans les deux aiguilles, en comparant les densités correspondantes, l'on aura

$$\overset{(1)}{d} : \overset{(1)}{d} :: \overset{(2)}{d} : \overset{(2)}{d} :: \overset{(3)}{d} : \overset{(3)}{d} :: \frac{A}{r} : \frac{A'}{r'},$$

c'est-à-dire ; que les densités des portions correspondantes des deux aiguilles, sont entr'elles $:: \frac{A}{r} : \frac{A'}{r'}$ en raison directe des forces coërcitives et inverse des rayons.

Si les deux aiguilles que l'on veut comparer avoient, relativement à leur diamètre, une longueur plus grande que la précédente ; mais si elles étoient de dimensions homologues, il est facile de voir que l'on auroit, par la méthode qui précède, autant d'équations qu'il y auroit de division dans la moitié de l'aiguille, et comme dans chaque équation correspondante les coefficients des parties semblablement placées sont les mêmes, il en résulte que les densités des parties semblablement placées, seront dans tous les cas entr'elles $:: \frac{A}{r} : \frac{A'}{r'}$.

XXVIII.

Il est à présent facile de calculer d'après la théorie, le rapport des momens magnétiques des actions du globe de la terre, qui ramènent deux aiguilles aimantées à saturation de dimensions homologues au méridien magnétique ; considérons dans ces deux aiguilles deux parties homologues dont les rayons soient r et r' , les masses des parties homologues seront $:: r^3 : r'^3$, les masses du fluide

magnétique de ces mêmes parties seront comme les densités multipliées par le cube des rayons. mais le milieu de chaque aiguille étant dans nos expériences, le centre de rotation, autour duquel chaque partie sollicitée par la force aimantaire de la terre est rappelée à son méridien magnétique, il en résulte que chaque partie a, pour *momentum* autour de ce point, le produit de sa densité du cube du rayon et de la distance de ce point au centre de rotation. Mais comme les densités dans deux parties correspondantes de deux aiguilles homologues sont entr'elles :: $\frac{A}{r} : \frac{A'}{r'}$; que de plus, pour les parties semblablement placées dans les deux aiguilles homologues, les distances au milieu des aiguilles sont comme les rayons; il en résulte que le *momentum* magnétique qui rappelle deux aiguilles homologues au méridien magnétique, sont entr'eux en raison directe; composée de la force coercitive, et du cube du rayon: mais nous avons vu, *art.* 10, qu'il résultoit de l'expérience, que dans deux aiguilles de même nature, et de dimensions homologues, les momens de la force directrice étoient comme les cubes des rayons, ce qui se trouve parfaitement conforme à la théorie.

Nous avons également trouvé *Art.* XXI, d'après l'expérience, que dans deux aiguilles d'acier de même nature, mais de différens diamètres, le centre de gravité de la courbe qui représentoit les densités du fluide magnétique, étoit placé relativement aux extrémités de ces aiguilles, à des distances proportionnelles à leur diamètre; les formules qui précèdent donnent le même résultat:

X X I X.

La conformité que nous trouvons ici entre les expériences fondamentales et le calcul, semble donner un grand poids, soit à l'opinion de M. Oëpinus, soit au système des deux

fluides, telle que nous l'avons présentée: cependant il faut avouer qu'il y a quelques phénomènes qui semblent se refuser entièrement à ces hypothèses; en voici un des principaux.

Nous avons vu Art. I^{er}, que lorsqu'une aiguille aimantée étoit suspendue librement, la somme des forces boréales qui sollicitoient cette aiguille dans le méridien magnétique, étoit exactement égale à la somme des forces australes; ce résultat, fondé sur des expériences que l'on ne peut contredire, a lieu, non-seulement pour une aiguille que l'on vient d'aimanter; mais si après l'avoir aimantée l'on coupe cette aiguille en différentes parties; que l'on coupe, par exemple, l'extrémité de la partie boréale, cette partie suspendue sera sollicitée par des forces boréales et australes exactement égales; mais dans les hypothèses précédentes, cette partie seroit uniquement chargée de fluide boréal, et l'action des deux poles magnétiques du globe de la terre se réuniroit pour la transporter vers le pole boréal; ainsi la théorie se trouve ici en contradiction avec l'expérience.

X X X.

Je crois que l'on pourroit concilier le résultat des expériences avec le calcul, en faisant quelques changemens aux hypothèses; en voici un qui paroît pouvoir expliquer tous les phénomènes magnétiques dont les essais qui précèdent ont donnés des mesures précises. Il consiste à supposer dans le système de M. OEpinus, que le fluide magnétique est renfermé dans chaque molécule ou partie intégrante de l'aimant ou de l'acier; que le fluide peut être transporté d'une extrémité à l'autre de cette molécule, ce qui donne à chaque molécule deux poles; mais que ce fluide ne peut pas passer d'une molécule à une autre. Ainsi, par exemple, si une aiguille aimantée étoit d'un très-petit diamètre, ou si, *fig. 7*, chaque molécule pouvoit être regardée comme
une

une petite aiguille dont l'extrémité nord seroit unie à l'extrémité sud de l'aiguille qui la précède, il n'y auroit que les deux extrémités *n* et *s* de cette aiguille qui donneroient des signes de magnétisme; parce que ce ne seroit qu'aux deux extrémités où un des poles des molécules ne seroit pas en contact avec le pole contraire d'un autre molécule.

Si une pareille aiguille étoit coupée en deux parties après avoir été aimantée en *a*, par exemple. L'extrémité *a* de la partie *na*, auroit la même force qu'avoit l'extrémité *s* de de l'aiguille entière, et l'extrémité *a* de la partie *sa*, auroit également la même force qu'avoit l'extrémité *n* de l'aiguille entière avant d'être coupée.

Ce fait ce trouve très-exactement confirmé par l'expérience; car, si l'on coupe en deux parties une aiguille très-longue et très-fine après l'avoir aimantée, chaque partie éprouvée à la balance, se trouve aimantée à saturation, et quoiqu'on l'aimante de nouveau, elle n'acquérera pas une plus grande force directrice.

Chaque partie de notre aiguille, dans ce nouveau système, de quelque manière qu'elle soit aimantée ou coupée, sera dirigée dans le méridien magnétique par des forces australes et boréales parfaitement égales; ce qui paroît être un des principaux phénomènes auquel il faut que les hypothèses satisfassent.

L'hypothèse que nous venons de faire, paroît très-analogue à cette expérience électrique très-connue. Lorsque l'on charge un carreau de verre garni de deux plans métalliques; quelque mince que soient les plans, si on les éloigne du carreau, ils donnent des signes d'électricité très-considérable: les surfaces du verre, après que l'on a fait la décharge de l'électricité des garnitures, restent elles-mêmes imprégnées des deux électricités contraires, et forment un très-bon électrophore; ce phénomène a lieu quelque peu d'épaisseur que l'on donne au plateau de verre: ainsi, le fluide électrique, quoique de nature différente des deux côtés

du verre , ne pénètre qu'à une distance infiniment petite de sa surface ; et ce carreau ressemble exactement à une molécule aimantée de notre aiguille. Et si , à présent l'on placoit l'un sur l'autre une suite de carreaux ainsi électrisés de manière que , dans la réunion des carreaux , le côté positif qui forme la surface du premier carreau se trouve à plusieurs pouces de distance de la surface négative du dernier carreau ; chaque surface des extrémités , ainsi que l'expérience le prouve , produira , à des distances assez considérables , des effets aussi sensibles que nos aiguilles aimantées ; quoique le fluide de chaque surface des carreaux des extrémités ne pénètre ces carreaux qu'à une profondeur infiniment petite , et que les fluides électriques de toutes les surfaces en contact s'équilibrent mutuellement , puisqu'une des surfaces étant positive , l'autre est négative.

Enfin, dans aucun système d'attraction et de répulsion, l'on ne peut pas supposer qu'un des deux fluides magnétiques puisse passer d'une barre d'acier dans une autre , puisque les aiguilles aimantées sont toujours sollicitées par des forces boréales et australes , absolument égales ; cependant , si l'on remplit un petit tuyau ou une paille , de limaille d'acier , et qu'on l'aimante , l'on trouvera à ce tuyau une force directrice , très-sensible , et que l'on mesurera facilement à notre balance électrique. La limaille du tuyau se trouve dans le cas de notre hypothèse , puisque le fluide magnétique ne peut pas passer d'une molécule d'acier dans une autre.

Voici encore une expérience à l'appui de notre opinion ; le long d'une règle de bois , *fig. 8* , je place en contact par leur extrémité une file de cinq ou six parallépipèdes de fer très-doux , formant ensemble une longueur de dix-huit à vingt pouces. J'applique le pôle *s* d'une barre aimantée à l'extrémité *A* , et je fais glisser , comme je l'ai fait *fig. 3* , la ligne *AB* de mes parallépipèdes à quatre ou cinq lignes de distance d'une petite aiguille *a* aimantée. Comme le fluide magnétique ne peut pas passer d'un parallépipède à l'autre ,

chaque parallépipède devrait présenter deux poles. L'expérience apprend au contraire, que toute la ligne AB donne la même nature de magnétisme, que le pole s de l'aimant sn en contact par ce pole avec l'extrémité A . Cette expérience s'explique facilement dans notre hypothèse.

X X X I.

Il est facile, d'après ce que nous venons de dire, de se rendre compte de l'état magnétique d'une lame aimantée; que $abcd$, *fig. 9, n^o. 1*, représente cette lame, que nous supposons formée d'une infinité d'éléments longitudinaux. hgs est une fibre élémentaire que l'on voit plus en grand, *fig. 9 n^o. 2*, dans laquelle 1, 2, 3 représente des petites aiguilles ou des molécules élémentaires. Dans chaque molécule le fluide magnétique peut se transporter d'une extrémité à l'autre, mais ne peut pas sortir de la molécule : ainsi, dans la première aiguille, si le fluide aimantaire est condensé à l'extrémité boréale de la quantité a , dans cette même aiguille il sera dilaté à l'extrémité australe au-delà de l'état de neutralisation de la quantité a ; dans l'aiguille 2 il pourra être condensé à l'extrémité boréale d'une quantité $a+b$; ainsi il sera dilaté à l'autre extrémité de l'aiguille de la même quantité $a+b$; dans l'aiguille 3 il sera condensé à l'extrémité boréale de la quantité $a+b+c$; ainsi à l'autre extrémité de la même aiguille, il sera dilaté de la même quantité; il en sera de même pour tous les autres éléments de cette fibre.

De-là il résulte qu'à l'extrémité de notre fibre, la force boréale sera a ; qu'à l'extrémité boréale du deuxième élément, la force boréale sera réduite à b , la force a étant détruite par la force négative a de l'extrémité australe de l'élément 1; à l'extrémité boréale de l'élément 3, la force boréale sera réduite à c , la partie $(a+b)$ étant détruite par la force négative du pole austral de l'élément 2.

Il est facile, à présent, en remplaçant notre fibre dans la *fig. 9*, n°. 1, de voir qu'en prenant dans cette fibre, du côté boréal, par exemple, un point quelconque δ , dont la force boréale, réduite, d'après l'observation qui précède, soit représentée par δ . Si l'on tire par ce point δ , une ligne of perpendiculaire à la longueur de la lame; dans l'état de stabilité, l'action de toute la partie $abfo$ sur le point δ , étant décomposée dans la direction $h\delta$, doit faire équilibre à l'action de toute la partie restante $focd$, plus à la force coercitive qui empêche le fluide de couler dans chaque élément.

Ainsi, dans notre hypothèse, le calcul des actions magnétiques ou de l'intensité de forces magnétiques de chaque point, doit nous donner précisément le même résultat que celui du transport du fluide magnétique, d'une extrémité d'une lame à l'autre. Calcul qui donne, comme nous l'avons vu, la plus grande conformité entre les expériences et la théorie, lorsque les aiguilles sont aimantées à saturation.

X X X I I.

Nous avons jusqu'ici essayé de déterminer par l'expérience et par la théorie, les principales loix de la distribution du fluide magnétique dans des aiguilles de différentes longueurs et de différentes grosseurs; nous avons vu qu'au moyen de quelques corrections, il étoit facile de faire cadrer la théorie avec les phénomènes magnétiques. Nous allons actuellement donner quelques expériences destinées à déterminer, 1°. la forme la plus avantageuse des aiguilles aimantées, destinées à indiquer le méridien magnétique; 2°. le degré de trempe et de recuit qui convient le mieux aux lames d'acier, pour prendre le magnétisme; 3°. le degré de magnétisme que prend un faisceau de lames aimantées, ainsi que chaque lame de ce faisceau, lorsqu'on la détache de ce faisceau, et que sans l'aimanter de nouveau, l'on en déter-

mine la force magnétique ; 4°. les moyens qui nous ont le mieux réussi pour aimanter les aiguilles d'acier à saturation, et pour former des aimans artificiels.

XXXIII.

Forme et degré de trempe des aiguilles aimantées

La plupart des auteurs ont cru que la forme la plus avantageuse des aiguilles aimantées, étoit une lame d'acier ayant la figure d'un parallélograme rectangle.

L'expérience m'a prouvé qu'à même longueur, même poids et même épaisseur, une lame taillée en flèche, *fig. 9, n°. 3*, avoit un *momentum* magnétique, plus grand qu'un parallélograme rectangle.

HUITIÈME EXPÉRIENCE

Dans une lame d'acier, que l'on trouve dans le commerce sous le nom de tole d'acier d'Angleterre, l'on a coupé trois aiguilles de la longueur de six pouces.

La première étoit un parallélograme rectangle de $9\frac{1}{2}$ ligne de large, qui pesoit 382 grains.

La seconde, également parallélogramatique rectangle, avoit $4\frac{3}{4}$ ligne de large, et pesoit 191 grains.

La troisième, taillée en flèche, avoit à son milieu $9\frac{1}{2}$ ligne de large, et pesoit comme la deuxième, 191 grains.

L'on a suspendu successivement ces trois aiguilles dans la balance magnétique, après les avoir aimanté, et on a eu les résultats suivans :

PREMIER ESSAI.

Les trois aiguilles trempées, rouge blanc.

L'aiguille parallélogramatique, pesant 382 grains a été retenue à 30 degrés de son méridien magnétique, par une

force de torsion, mesurée par..... 85^{dégrés.}

L'aiguille parallélogramatique , pesant
191 grains par..... 49

L'aiguille en flèche, pesant 191 grains par 53

DEUXIÈME ESSAI.

Les aiguilles recuites à consistance d'un ressort violet.

L'aiguille parallélogramatique, pesant 382 grains, a été
retenue à 30 degrés du méridien magnétique,
par une force de torsion de..... 118^{Degrés.}

L'aiguille parallélogramatique , pesant
191 grains par..... 65

L'aiguille en flèche, pesant 191 grains, par 68

TROISIÈME ESSAI.

Les aiguilles recuites , couleur d'eau.

L'aiguille parallélogramatique, pesant 382 grains, a été
retenue à 30 degrés du méridien magnétique,
par une force de torsion de..... 126^{Degrés.}

L'aiguille parallélogramatique , pesant
191 grains par..... 68

L'aiguille en flèche pesant 191 grains par . 3

QUATRIÈME ESSAI.

Les aiguilles recuites à un degré de chaleur , rouge obscur.

L'aiguille parallélogramatique, pesant 382 grains , a été
retenue à 30 degrés du méridien magnétique, par une force
de torsion mesurée par 134^{Degrés.}

L'aiguille parallélogramatique, pesant 191 grains,
par 70

L'aiguille en flèche, pesant 191 grains, par . 79

CINQUIÈME ESSAI.

Les aiguilles rougies à blanc et non trempées.

En faisant rougir les aiguilles à blanc, et les laissant refroidir lentement sans les tremper, l'on a trouvé que le degré du magnétisme qu'elles pouvoient prendre étoit à-peu-près le même que lorsque les aiguilles étoient trempées rouge-blanc, comme dans le premier essai.

XXXIV.

Remarque sur cette expérience.

Cette expérience nous apprend, 1°. que dans les lames, l'état de trempe très-roide est celui où elle se charge le moins de magnétisme, que dans cet état, le magnétisme est à-peu-près le même que lorsque l'aiguille est recuite rouge-blanc : que depuis l'état de la plus forte trempe, le magnétisme des lames va toujours en augmentant dans tous les degrés de recuit, jusqu'à ce que le recuit soit d'un rouge très-sombre, et que le magnétisme diminue ensuite à mesure que la lame est recuite à un plus grand degré de chaleur, que parvenu au rouge-blanc et refroidie lentement, la lame étant ensuite aimantée, prendra à-peu-près le même degré de magnétisme qu'après la trempe la plus roide sans recuit.

Cette expérience montre encore que dans des lames de même épaisseur et de même poids, le *momentum* magnétique de celle taillée en flèche, est un peu plus grand que dans les aiguilles parallélogrammatique.

Enfin, il est encore facile de voir dans cette expérience que dans un parallélogramme de la même épaisseur et longueur, mais d'une largeur double d'un autre, le *momentum* magnétique n'est pas deux fois aussi grand. Ce résultat étoit indiqué par la théorie.

XXXIV.

Etat magnétique d'un faisceau composé de plusieurs lames.

NEUVIÈME EXPÉRIENCE.

Dans la même tôle d'acier qui a servi aux expériences précédentes, l'on a taillé 16 aiguilles parallélogrammatiques rectangles, de 6 pouces de longueur, et de 9 lignes et demi de large, pesant chacune 382 grains. Elles ont toutes été recuites à blanc sans les tremper pour être sûr de les avoir dans le même état; parce que, ainsi que nous venons de le voir, le magnétisme varie suivant le degré de trempe et de recuit, et qu'il auroit été difficile de s'assurer que l'état de ressort eût été le même dans toutes les lames si l'on avoit employé un plus foible degré de recuit, chaque aiguille a été aimantée à saturation en particulier, et on les a réunies ensuite en joignant ensemble les poles du même nom, l'on formoit, par ce moyen, des faisceaux d'un certain nombre d'aiguilles, que l'on lioit ensemble avec un fil de soie très-fin, mais assez fort pour les serrer l'une contre l'autre. L'on plaçoit le faisceau dans la balance magnétique, en l'éloignant à chaque essai de 30 degrés de son méridien magnétique, l'on observoit la force de torsion nécessaire pour la retenir à cette distance.

1 ^{re} . <i>Essai.</i> Une seule aiguille à 30 degré de son méridien magnétique, il a fallu pour la retenir à cette distance, une force de torsion mesurée par . . .	82 Degrés.
2 ^e . <i>Essai.</i> Deux aiguilles réunies . . .	125
3 ^e . <i>Essai.</i> Quatre aiguilles réunies . . .	150
4 ^e . <i>Essai.</i> Six aiguilles réunies . . .	172
5 ^e . <i>Essai.</i> Huit aiguilles réunies . . .	182
6 ^e . <i>Essai.</i> Douze aiguilles réunies . . .	205
7 ^e . <i>Essai.</i> Seize aiguilles réunies . . .	229

XXXIV.

XXXIV.

NEUVIÈME EXPÉRIENCE.

Décomposition de l'aiguille précédente.

J'ai séparé les 16 aiguilles du septième essai de l'expérience précédente ; je les ai placées successivement dans la balance magnétique, en les éloignant à 30 degrés du méridien magnétique, et en nommant, première aiguille, celle d'une des surfaces du faisceau, et de suite jusqu'à la seizième qui forme l'autre surface, j'ai trouvé :

1 ^{er} . <i>Essai.</i> Première aiguille est retenue à 30 degrés de son méridien, par une force de torsion de .	46	Degrés.
2 ^e . <i>Essai.</i> Deuxième aiguille	39	
3 ^e . <i>Essai.</i> Troisième aiguille	14	$\frac{1}{2}$
4 ^e . <i>Essai.</i> Quatrième aiguille	44	$\frac{1}{2}$
5 ^e . <i>Essai.</i> Cinquième aiguille	31	
6 ^e . <i>Essai.</i> Sixième aiguille	32	$\frac{1}{2}$
7 ^e . <i>Essai.</i> Septième aiguille	22	$\frac{1}{2}$
8 ^e . <i>Essai.</i> Huitième aiguille	30	$\frac{1}{2}$
9 ^e . <i>Essai.</i> Neuvième aiguille	30	
10 ^e . <i>Essai.</i> Dixième aiguille	26	
11 ^e . <i>Essai.</i> Onzième aiguille	29	$\frac{1}{2}$
12 ^e . <i>Essai.</i> Douzième aiguille	34	
13 ^e . <i>Essai.</i> Treizième aiguille	26	
14 ^e . <i>Essai.</i> Quatorzième aiguille	32	
15 ^e . <i>Essai.</i> Quinzième aiguille	30	
16 ^e . <i>Essai.</i> Seizième aiguille	48	

L'on a de nouveau réuni toutes les aiguilles, sans rien changer à leur état magnétique, ni à l'ordre où elles étoient dans le septième essai de la huitième expérience ; plaçant le faisceau dans la balance magnétique, et l'éloignant à 30 degrés de son méridien, il a fallu, pour le retenir à cette

Mém. 1789.

R r r

distance, une force de torsion de 229 degrés, exactement la même qu'avant la désunion des aiguilles.

X X X V.

Résultat des deux dernières expériences.

La huitième expérience prouve que la force magnétique de chaque faisceau croît dans un beaucoup moindre rapport que le nombre des lames, ou que l'épaisseur du faisceau. Une lame seule a, pour *momentum* de sa force directrice, 82 degrés de torsion, tandis que pour 16 aiguilles réunies, le *momentum* magnétique moyen de chacune, a pour mesure $\frac{229}{16}$ degrés ou 14,3 degrés, c'est-à-dire, à-peu-près la sixième partie de 82 degrés, force directrice d'une seule lame isolée et aimantée à saturation. J'ai déjà tiré de ce résultat une conclusion très-importante, dans le *neuvième volume des savans étrangers*, relativement aux aiguilles de boussole destinées à indiquer le méridien, et portée sur des chapes et des pivots : c'est que le *momentum* du frottement des pivots augmentant, comme je l'ai prouvé pour lors, dans un rapport plus grand que les pressions, tandis que les *momentum* magnétiques croissent dans un rapport beaucoup moins grand que les masses ou que les pressions des pivots, les aiguilles peu épaisses et très-légères sont à même longueur préférables à toutes les autres. L'on voit en effet par notre expérience, qu'en supposant même les *momentum* des frottemens proportionnels aux pressions, si le frottement pouvoit produire sur une seule lame aimantée à saturation, une erreur de 4' dans sa position relativement au méridien magnétique, d'après notre expérience, elle en produiroit une six fois plus grande, ou à-peu-près de 24', si l'on s'étoit servi d'un faisceau de seize lames.

Il est inutile d'examiner ici les lois que suivent le *momentum* magnétique des faisceaux de lames que nous avons

soumis aux expériences ; il faudroit , pour avoir cette loi , étendre le travail que nous avons fait , expérience huitième , pour un cas particulier , à des lames de différentes longueurs et de différentes largeurs : mais il nous paroît facile de prévoir ces résultats d'une manière suffisamment exacte dans la pratique , d'après toutes les recherches que nous avons présentées au commencement de ce mémoire , dans des cas analogues , pour des cylindres d'acier de différentes grosseur et longueur.

En examinant à présent le tableau donné par la neuvième expérience , l'on voit que les deux lames des surfaces du faisceau décomposé , ont une plus grande force magnétique que les autres. La première étant mesurée par 46 degrés , et la seizième par 48 degrés , l'on voit également que le *momentum* moyen de toutes les autres lames est à peu-près égal et mesuré par 30 degrés. Car quoique le *momentum* magnétique de la troisième lame n'ait été trouvé dans cette expérience que de 14 degrés et demi , cette diminution est compensée par le *momentum* des aiguilles qui avoisinent ; la deuxième ayant pour mesure de sa force directrice 39 degrés , et la quatrième 44 degrés ; ensorte que le *momentum* moyen de ces trois aiguilles est $\frac{39 + 14\frac{1}{2} + 44}{3} = 31\frac{1}{3}$: en répétant cette expérience , et remplaçant la troisième lame par une autre , je n'ai plus trouvé d'irrégularité , et cette troisième lame avoit une force directrice mesurée par 32 degrés comme les autres.

Mais une observation bien curieuse que présente cette neuvième expérience , c'est que la somme des *momentum* particuliers de toutes les lames nous donne une quantité plus que double de celle du faisceau composé. Si en effet nous ajoutons ensemble les *momentum* de toutes les lames de la neuvième expérience , nous trouvons cette somme égale à 516 degrés ; tandis qu'en réunissant toutes les aiguilles , le faisceau ainsi composé ne nous donne que 229 degrés.

Ce dernier résultat pourroit s'expliquer, dans notre théorie, par l'état contraint du fluide magnétique, repoussé des extrémité de chaque élément dans le faisceau composé, par l'action de toutes les lames réunies, et sur-tout par celle des surfaces; action qui n'a lieu d'une manière sensible qu'aux extrémités du faisceau. Lorsque le faisceau est décomposé, l'action des parties éloignées des extrémités, qui reste à-peu-près la même que dans les lames composées, repousse le fluide magnétique vers les extrémités; d'où résulte l'augmentation du *momentum* que nous venons de trouver par l'expérience.

X X X V I.

D I X I È M E E X P É R I E N C E.

Décomposition d'un faisceau de quatre lames.

J'ai réuni seulement quatre des aiguilles précédentes, après les avoir aimantées à saturation; le faisceau, éloigné à 30 degrés de son méridien, y étoit rappelé par une force mesurée, par. 150^{degrés},

Ces aiguilles désunies étoient rappelées au méridien.

La première, par une force de <i>momentum</i> , mesurée par.	70
La deuxième, par.	44
La troisième, par.	44
La quatrième.	60

X X X V I I.

O N Z I È M E E X P É R I E N C E.

Décomposition d'un faisceau de huit lames.

Huit aiguilles réunies ont été rappelées au méridien

magnétique, dont elles étoient éloignées de 30 degrés, par une force de 183^{degrés.}

Les aiguilles avoient été séparées.

La première étoit rappelée par une force mesurée, par.	48
La deuxième.	36
La troisième.	35
La quatrième.	33
La cinquième.	34
La sixième.	38
La septième.	35
La huitième.	51

Il est inutile de s'arrêter à ces deux expériences. Elles donnent des résultats analogues à ceux que nous avons développés dans les articles qui précèdent : nous allons passer aux méthodes pour aimanter les lames à saturation, et pour former des aimans artificiels.

X V I I I.

De la maniere d'aimanter.

Je vais présenter les moyens qui m'ont le mieux réussi, pour construire, avec peu de dépenses, des aimans artificiels d'une très-grande force ; il sera facile de voir que j'ai été dirigé par les expériences et les observations qui précèdent.

Lorsque l'on veut aimanter un fil ou une lame d'acier, l'on sent qu'il doit être avantageux, lorsqu'on se sert de deux barres pour aimanter, de faire concourir l'action des deux poles de ces barres. C'est ce qui a fait imaginer la méthode de la double touche. *La fig. 10* indique la manière dont elle a été d'abord pratiquée ; sur l'aiguille *ns* que l'on vouloit aimanter, l'on plaçoit verticalement les deux barreaux SN, S' N' à 7 à 8 lignes de distance l'un de l'autre, plus ou

moins, suivant la force des aimans : les points S et S' représentent les poles sud, et N et N' les poles nord. L'on promène, dans cette situation, les deux barreaux d'une extrémité de l'aiguille ns à l'autre.

M. OEpinus a remarqué que dans cette méthode le centre d'action des deux aimans N S, N' S', étant nécessairement placé à quelque distance de leurs extrémités, au point μ , par exemple, l'action sur les points de l'aiguille, compris entre les deux barres, se fait très-obliquement, et ne donne pas par conséquent à cette aiguille tout le degré de magnétisme qu'elle pourroit recevoir. Ainsi, au lieu de placer dans cette opération les deux barres verticalement, M. OEpinus conseille de les incliner sur l'aiguille, comme à la *fig. 11*, et de les promener dans cette situation d'une extrémité de l'aiguille à l'autre.

J'ai trouvé effectivement, au moyen de la balance magnétique, que j'ai décrite au commencement de ce mémoire, que la méthode de M. OEpinus étoit préférable à la première ; mais j'ai en même-temps trouvé qu'elle ne donnoit pas tout à fait aux aiguilles le degré de saturation magnétique ; que le plus souvent même, lorsque l'aiguille avoit beaucoup de longueur, il se formoit dans les parties intermédiaires plusieurs poles, dont l'action, à la vérité, étoit peu considérable, mais étoit sensible. J'en attribue la cause à l'action particulière de chaque aimant, qui tend à produire sur les points dépassés par les deux aimans, un effet contraire à celui que l'on cherche. Dans notre *fig. 11*, le pole S, par exemple, placé sur l'aiguille, tend à donner en même-temps au point q qui est placé sous le pole s , la même nature de magnétisme, qu'au point μ ; c'est-à-dire, que dans l'hypothèse des deux fluides magnétiques, qui peuvent se transporter vers les deux extrémités des aiguilles, si le point μ est entraîné vers le point n ; le point q qui l'avoisine sera entraîné vers le point s , après que ce point q aura été dépassé par les deux aimans : dans notre hypo-

thèse, où le fluide magnétisme ne peut se mouvoir que dans les parties intégrantes, les molécules μ et η , qui sont voisinent, tendent à s'aimer en sens contraire ; ce qui doit produire une diminution de magnétisme vers les extrémités des aiguilles, où le fluide magnétique doit être le plus condensé, et ce qui peut, dans les aiguilles très-longues, ainsi que l'expérience le prouve, donner naissance à plusieurs poles. Cette observation, qui ne pouvoit être que le fruit des mesures, exactes données par nos expériences, m'a obligé à changer la méthode d'aimer de M. OEpinus ; et voici, après plusieurs tentatives, le moyen qui, d'après la balance magnétique, a paru le plus avantageux.

Je me sers, pour mon opération, de quatre aimans très-forts, construits d'après une méthode que je vais détailler tout-à-l'heure. Je pose, *fig. 12*, sur un plan horisontal, mes deux plus forts aimans N S, N S, en les plaçant en ligne droite, de manière qu'ils soient éloignés l'un de l'autre, d'une quantité de quelques lignes moindre que la longueur de l'aiguille $n s$, que je veux aimer. Je prends ensuite les deux aimans N' S', et les inclinant comme dans la méthode de M. OEpinus, je les pose d'abord, en joignant presque leurs poles sur le milieu m de l'aiguille ; je tire ensuite chaque aimant, sans changer son inclinaison jusqu'à l'extrémité de l'aiguille, et je recommence cinq ou six fois cette opération sur les différentes faces de l'aiguille. Il est clair que dans cette opération, les poles de l'aiguille $n s$ restent fixes et invariables aux extrémités de l'aiguille, au moyen des deux forts aimans N S, sur lesquels cette aiguille est posée : l'effet produit, par ces deux aimans, ne peut qu'être augmenté par l'action des deux aimans supérieurs qui concourent à aimer toutes les molécules de l'aiguille dans la même direction.

Comme par l'opération qui précède, l'aiguille $n s$, placée entre les deux gros aimans, acquiert, par le concours des actions des quatre aimans, une force polaire plus forte que

celle qu'elle peut conserver, lorsqu'on la sépare de ces aimans, il en résulte qu'au moment de cette séparation, l'aiguille perd une partie de magnétisme qu'elle devoit à ces forces, et que son magnétisme diminue jusqu'à ce que l'action magnétique de toute l'aiguille, sur chacun de ses points, soit en équilibre avec la force coërcitive. Ainsi, en séparant l'aiguille des aimans, elle se trouve aimantée à saturation.

J'ai trouvé encore qu'en aimantant par notre méthode, l'on étoit plus sûr de donner aux surfaces des lames destinées à former des aiguilles, pour indiquer le méridien magnétique, un degré de magnétisme égal; ce qui paroît mériter une grande attention dans la construction des boussoles, si l'aiguille est suspendue de champ.

X X X I X.

Construction des aimans artificiels.

J'ai pris, *fig. 13*, une trentaine de lames d'acier trempées et revenues à consistance de ressort, de 5 à 6 lignes de large, sur 2 ou 3 lignes d'épaisseur, et de 36 pouces de longueur; les lames de fleuret, telles qu'on les trouve dans le commerce, forment d'assez bons aimans. La tole d'acier d'Angleterre, coupée par lames d'un pouce de large, trempée et recuite à consistance de ressort, dans les degrés indiqués, *art. 53*, est préférable. Lorsque je n'emploie à chaque aimant que 15 ou 20 livres pesant d'acier, il suffit de donner aux lames 30 à 36 pouces de longueur.

J'aimante chaque lame en particulier, d'après la méthode prescrite à l'article qui précède: je prends ensuite deux parallépipèdes rectangles de fer très-doux et très-bien poli, de six pouces de longueur, de 20 à 24 lignes de large, et de dix à 12 lignes d'épaisseur; je forme, avec ces deux parallépipèdes, représenté *fig. 13*, en N et S, l'armure de mon aimant, en enveloppant une extrémité de chaque parallépipède d'une couche de mes lames d'acier aimantées, de manière

Fig. 2.

Fig. 4. N° 3.

Fig. 4. N° 3.

Fig. 5.

Fig. 6. N° 2.

Fig. 6. N° 1.

Fig. 3. N° 3

Fig. 4. N° 1.

b

nière que l'extrémité des parallépipèdes dépasse l'extrémité des lames, de 20 à 24 lignes, et que l'autre extrémité des parallépipèdes se trouve enveloppée par l'extrémité des lames. Sur cette première couche de lames d'acier, de 3 à 4 lignes d'épaisseur, j'en place une seconde qui a 3 pouces de moins de longueur que la première, ensorte que la première dépasse cette deuxième de 18 lignes, de chaque côté; l'on fixe le tout aux extrémités, au moyen de deux anneaux de cuivre qui serrent les lames l'une contre l'autre et qui empêchent l'armure de s'échapper.

La *fig. 13* représente deux aimans artificiels, composés d'après la méthode que nous venons de prescrire; N et S, sont les deux extrémités des deux parallépipèdes de fer; les deux autres extrémités, engagées entre les lames d'acier, sont ponctuées dans cette même figure. Chaque aimant ainsi composé, est fixé solidement par des anneaux de cuivre qui sont marqués sur les deux aimans en *a, b, a', b'*, les contacts placés en A et B, réunissent les poles des armures.

L'expérience m'a appris qu'avec un appareil de cette forme, chaque aimant pesant 15 ou 20 livres, il falloit une force de 80 à 100 livres pour séparer les contacts: qu'en plaçant les aiguilles ordinaires de boussole sur les deux extrémités de nos deux barres, composées comme dans la *fig. 12*, elles s'aimantoient à saturation, sans qu'il fût nécessaire de les frotter avec les aimans supérieurs; il est inutile d'avertir, que lors que l'on voudra se procurer des aimans d'une plus grande force, il faudra, à mesure que l'on multipliera le nombre des lames d'acier, augmenter leur longueur, et les dimensions des parallépipèdes de fer, qui servent d'armure. Il seroit facile d'évaluer les différentes dimensions que doivent avoir les aimans d'une manière suffisamment exacte dans la pratique, d'après les lois du magnétisme et la position du centre d'action des fils d'acier de différentes longueurs et grosseurs, que nous avons exposés dans le courant de ce Mémoire.

M É M O I R E

SUR L'ANCIENNETÉ DE LA SPHÈRE EN GÉNÉRAL,

Et de quelques Constellations en particulier.

PAR M. LE GENTIL.

L'ancienneté de la sphère est généralement connue des astronomes, ainsi que celle du zodiaque qui n'en est pas la partie la moins intéressante. Ce cercle qui traverse obliquement en forme de grande roue, et au milieu duquel est une ligne que l'on conçoit sans largeur, a été évidemment imaginé pour tracer, dans le ciel, la route apparente du soleil, au travers des étoiles ou des constellations qu'il renferme. Il est cependant vraisemblable que le zodiaque, en tant qu'il représente la route du soleil et son cours annuel, ne remonte pas jusqu'aux premiers âges de l'astronomie. Il paroît que le zodiaque de la lune a précédé celui du soleil, et qu'il est le premier en date. Or, ce premier zodiaque me semble être celui que l'on retrouve encore aujourd'hui chez les indiens, composé de vingt-sept constellations : avec celui-ci, on aura sans doute formé celui du soleil. Les brames m'ont formellement enseigné que chaque signe du zodiaque solaire est composé de deux constellations et un quart de constellation de celui de la lune. Les anciens paroissent donc avoir d'abord formé un zodiaque pour la route de la lune ; il étoit bien naturel et bien juste que le soleil eût le sien. Je ne pense pas qu'il puisse jamais y avoir de doute sur tous ces objets, parmi les astronomes ; je dis parmi les astronomes, car je sais qu'un